# Univerzita P. J. Šafárika v Košiciach Prírodovedecká fakulta



# Základy astronómie a astrofyziky

vysokoškolské učebné texty

Košice 2014

**Rudolf Gális** 

#### Základy astronómie a astrofyziky

© 2014 doc. RNDr. Rudolf Gális, PhD.

Recenzenti: RNDr. Ladislav Hric, CSc., Astronomický ústav SAV, Tatranská Lomnica doc. Mgr. Štefan Parimucha, PhD., Prírodovedecká fakulta UPJŠ v Košiciach

Rozsah strán: 160 Rozsah AH: 5

Elektronický vysokoškolský učebný text pre Prírodovedeckú fakultu UPJŠ v Košiciach. Za odbornú a jazykovú stránku tohto vysokoškolského učebného textu zodpovedá autor. Rukopis neprešiel redakčnou ani jazykovou úpravou.

Vydavateľ: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach Umiestnenie: http://www.upjs.sk/pracoviska/univerzitna-kniznica/e-publikacia/#pf Dostupné od: 07. 01. 2014

ISBN 978-80-8152-089-1



# OBSAH

1

Základné vlastnosti hviezd a metódy ich určovania	7
Elektromagnetické žiarenie	8
Tok žiarenia	11
Svietivosť	12
Zdanlivá a absolútna magnitúda	13
Určovanie vzdialeností vo vesmíre	16
- trigonometrická, fotometrická a dynamická paralaxa	
- pulzujúce premenné hviezdy, supernovy typu la	
Farba a farebný exces	27
Spektrum	29
Žiarenie absolútne čierneho telesa	30
Teplota hviezd	34
, Spektrá atómov a molekúl	36
- spektrum vodíka, záporného vodíka a iných chemických prvkov	
- spektrum Slnka, Fraunhoferove spektrum, spektrá hviezd	
Spektrálna klasifikácia	43
Triedy svietivosti	47
Hertzsprungov – Russellov diagram	49
Určovanie hmotnosti hviezd	50
- vizuálne, spektroskopické a zákrytové dvojhvjezdy	

2. Struktúra a evolúcia hviezd	56
- odhad centrálneho tlaku a teoloty	57
Základné rovnice hviezdnej stavby	59
- prenos energie žiarením, konvekciou a vedením	
Štruktúra SInka - slnečná fotosféra, chromosféra a koróna	63
Zdroje energie vo hviezdach - chemické reakcie, gravitačná a termonukleárna energia	68
<i>Termonukleárne reakcie</i> - termonukleárne syntézy vodíka, hélia a ťažších prvkov	72
Evolúcia hvieza	77
<ul> <li>protostelárne disky, hviezdy hlavnej postupnosti, obri, planetárne hmlovi</li> </ul>	ny
Záverečné štádiá vývoja hviezd - bieli trpaslíci, neutrónové hviezdy a čierne diery	90

8. Štruktúra a evolúcia vesmíru	110
Štruktúra hmoty vo vesmíre	
<ul> <li>hviezdy, hviezdne asociácie, otvorené a guľové hviezdokopy</li> </ul>	
Galaxie	112
- Galaxia, jej štruktúra a dynamika, typy galaxií	
Skupiny galaxií	120
Kopy a nadkopy galaxií	122
<ul> <li>zrážky galaxií, intergalaktická hmota, tmavá hmota</li> </ul>	
Veľkoškálová štruktúra vesmíru	134
Izotrópnosť a homogenita vesmíru	137
<ul> <li>Kozmologický princíp, Olbersov paradox, gravitačný paradox</li> </ul>	
Relativistická kozmológia	141
<ul> <li>kozmologické riešenia Einsteinových rovníc</li> </ul>	
<ul> <li>modely vesmíru a ich vlastnosti, kozmologická konštanta</li> </ul>	
Rozpínanie vesmíru	147
Reliktové žiarenie	152
Vznik a vývoj vesmíru	156
<ul> <li>Veľký tresk, počiatočné štádiá vesmíru, nukleogenéza,</li> </ul>	
- formovanie galaxií a kôp galaxií	
Referencie	160

fakt, že je pochopiteľný. (A. Einstein)

# Základné vlastnosti hviezd a metódy ich určovania

#### Primárny zdroj informácií o vesmírnych objektoch:

# elektromagnetické žiarenie (svetlo)

Doplnkový zdroj informácií: kozmické lúče, vzorky z Mesiaca, meteority, … Elektromagnetické žiarenie skúmame z 3 hľadísk

- 1. Smeru odkiaľ prichádza (poloha, pohyb)
- 2. Kvantitatívneho (magnitúda)
- 3. Kvalitatívneho (farba, spektrum)

. spektroskopia

strometria

Na základe analýzy vlastností elektromagnetického žiarenia dokážeme určiť všetky základné fyzikálne vlastnosti vesmírnych objektov:

poloha a vzdialenosť, rozmery, hmotnosť, jasnosť, svietivosť, farba, spektrálny typ, teplota, rotácia, chemické zloženie, tlak, gravitačné zrýchlenie, magnetické a elektrické polia, ...

# Elektromagnetické žiarenie

 Typ priečneho vlnenia (vektory elektrickej intenzity a magnetičkej indukcie kmitajú v priečnom smere vzhľadom na smer šírenia sa vlny).
 Vo vákuu sa šíri rýchlosťou svetla vo vákuu (c = 299 792 458 m s<sup>-1</sup>).
 Energia je daná frekvenciou, resp. vlnovou dĺžkou vlnenia:
 E = h v
 E = hc / λ
 kde h je Planckova konštanta, h = 6,626068 × 10<sup>-34</sup> m<sup>2</sup> kg s<sup>-1</sup>

 Interval frekvencií, resp. vlnových dĺžok nazývame spektrum.

## Tok žiarenia



Základná fyzikálna veličina, ktorá udáva množstvo energie elektromagnetického žiarenia, ktoré prejde jednotkou plochy za jednotku času do všetkých smerov.

F [J m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>] Celkový t

Celkový tok žiarenia

Závisí od frekvencie, resp. vlnovej dĺžky elektromagnetického žiarenia:

 $F_{\nu}$  [J m<sup>-2</sup>] resp.  $F_{\lambda}$  [J m<sup>-3</sup> s<sup>-1</sup>]

Závisí od vzdialenosti od zdroja F (r):



Závislosť toku žiarenia od vlnovej dĺžky pre žiarenie AČT s uvedenými teplotami.





Ako rastie plocha sféry so štvorcom polomeru, tok žiarenia proporcionálne klesá.

## <u>Svietivosť</u>

Svietivosť udáva celkové množstvo žiarivej energie, ktoré objekt vyžiari za jednotku času do celého priestoru.

 $L = F S [J s^{-1}],$ 

kde **S** je plocha povrchu telesa a **F** je tok na jeho povrchu. V prípade sféricky symetrického telesa (hviezdy) **S** = 4  $\pi$   $R^2$ , kde R je polomer telesa, dostávame:

 $L = 4 \pi R^2 F$ 

#### Poznámky:

- Skutočný vs. zdanlivý tok žiarenia (F\*, F<sub>λ</sub>\*, F<sub>ν</sub>\*), absorpcia žiarenia.
   Slnečná konštanta (1366 J m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>)
  - Svietivosť Slnka je  $L_{\odot} = 3,839 \times 10^{26} \text{ J s}^{-1}$

#### Magnitúda

- Astronomická fotometrická veličina udávajúca jasnosť vesmírneho objektu.
- Patrí k najstarším astronomickým veličinám už v staroveku astronómovia rozdelili hviezdy do 6 hviezdnych veľkostí (magnitúd) porovnávaním ich jasností (metóda diferenciálnej fotometrie).
- Magnitúdy boli určované voľným okom, preto sú dané citlivosťou oka. Tá je logaritmická, teda p ~ log s, kde p je vnem a s je popud (Weberov - Fechnerov zákon).
- Magnitúda je mierou osvetlenia E jednotkovej plochy kolmej na smer žiarenia. Pre magnitúdy dvoch objektov (hviezd) m<sub>1</sub>, m<sub>2</sub> spôsobujúce osvetlenia E<sub>1</sub> a E<sub>2</sub> platí tzv. *Pogsonova rovnica*:

 $m_1 - m_2 = -2,5 \log (E_1 / E_2)$  [mag]

- Konštanta bola zvolená tak, aby bola zachovaná pôvodná škála magnitúd:  $\Delta m = 6 - 1 = 5 \iff E_1 / E_6 = 100 \implies \rho = 100^{1/5} \cong 2,512$
- Znamienko zodpovedá faktu, že čím je objekt slabší, tým je jeho magnitúda väčšie číslo.

#### Magnitúda

- Pôvodne bol rozsah 1 6 mag, dnes dokážeme pozorovať aj objekty 30 mag. Na druhej strane poznáme aj jasnejšie objekty: Sírius (-1,46 mag), Venuša (-4,6 mag), Mesiac v splne (-13,6 mag), Slnko (-26,8 mag).
- Iednoduchá pomôcka: ∆m = 2,5n ⇔ E<sub>1</sub> / E<sub>2</sub> = 10<sup>n</sup> a prevod na štandardné fyzikálne veličiny: 1 lx ⇔ -13,89 mag, 1 mag ⇔ 10<sup>-6</sup> lx, 6 mag ⇔ 10<sup>-8</sup> lx.

Osvetlenie E je dané zdanlivým tokom žiarenia, a preto:

 $m_1 - m_2 = -2,5 \log (F_1^* / F_2^*)$  zdanlivá magnitúda

Keďže tok žiarenia závisí od vzdialenosti, zdanlivá magnitúda nemusí odrážať skutočnú jasnosť objektov. Napr. Sírius (-1,46) mag má svietivosť 25,4 L<sub> $\odot$ </sub>, avšak zdanlivo menej jasný Deneb (1,25 mag) má svietivosť až 196 000 L<sub> $\odot$ </sub>.

Zdanlivý tok však závisí nielen od vzdialenosti, ale aj od absorpcie v medziľahlom prostredí, citlivosti detektora, ...

 $m_{\lambda 1} - m_{\lambda 2} = -2,5 \log (F_{\lambda 1} * / F_{\lambda 2} *)$ 

#### Absolútna magnitúda

Magnitúda objektu, akú by mal vo vzdialenosti 10 pc.

 $M_{\lambda 1} - M_{\lambda 2} = -2,5 \log \{F_{\lambda 1}^{*}(10) / F_{\lambda 2}^{*}(10)\}$ 

kde  $F_{\lambda 1}^{*}(10)$  a  $F_{\lambda 2}^{*}(10)$  sú zdanlivé toky žiarenia objektov vo vzdialenosti 10 pc. Napr. absolútna magnitúda Slnka je 4,8 mag.

Porovnanie zdanlivej  $m_{\lambda}$  a absolútnej magnitúdy  $M_{\lambda}$  pre ten istý objekt vedie k vzťahu:

 $m_{\lambda} - M_{\lambda} = 5 \log r - 5 + A_{\lambda}(r)$ 

m – M sa nazýva modul vzdialenosti a umožňuje určiť vzdialenosť objektu.  $A_{\lambda}(r)$  udáva medzihviezdnu absorpciu.

Ak vo vzťahoch vystupujú celkové toky žiarenia (*F*, *F*(10), …), zodpovedajúce magnitúdy (zdanlivá, absolútna) označujeme ako *bolometrické*. Pre absolútne bolometrické magnitúdy to vedie k vzťahu k zodpovedajúcim svietivostiam *L*:

 $M_{\rm bol,1} - M_{\rm bol,2} = -2,5 \log (L_1 / L_2)$ 

1 pc = 3.26156 l.y. = 206 264.8 AU = 30.85678×10<sup>15</sup> m 1 l.y. = 63 241.1 AU = 9.46054×10<sup>15</sup> m 1 AU = 149 597 870 700 m = 1,49598×10<sup>11</sup> m

# Určovanie vzdialeností vo vesmíre

#### Trigonometrická paralaxa

Paralaxa je zdanlivá zmena polohy pozorovaného objektu voči vzdialenému pozadiu, ak sa zmení miesto pozorovania.



Paralaxa Mesiaca. Pozorovanie Mesiaca z rôznych miest na Zemi spôsobuje zdanlivú zmenu jeho polohy voči hviezdnemu pozadiu.

## Trigonometrická paralaxa

Zdanlivú zmenu polohy objektu voči pozadiu popisuje tzv. *paralaktický uhol* π, ktorý rastie so vzájomnou vzdialenosťou pozorovacích miest (základňa D), no klesá so vzdialenosťou objektu od pozorovateľa (r).

#### tg ( $\pi$ ) = D / r

Dánsky astronóm Tycho Brahe (1546 – 1601) spolu s Tadeášom Hájkom z Hájku (1525 – 1600) meraním paralaxy zistili, že kométa z roku 1577 sa pohybovala za dráhou Mesiaca, a teda ide o vesmírne teleso a nie jav v ovzduší, ako sa dovtedy predpokladalo.
 Zmerať paralaxu hviezd (napr. supernovy z roku 1572) sa však Tychovi Brahemu, vzhľadom na presnosť jeho meraní (≈ 1'), nepodarilo.
 Ako prví zmerali paralaxy hviezd (61 Cyg, α Lyr a α Cen) Friedrich Bessel (1784 - 1846), Friedrich G. W. von Struve (1793 - 1864) a Thomas Henderson (1798 – 1844) až v roku 1838.

## Trigonometrická paralaxa

Na meranie vzdialeností vesmírnych objektov sa využíva ročný pohyb Zeme okolo Slnka, pri ktorom má základňa dĺžku 1 AU (1,49598 × 10<sup>11</sup> m).



Vzhľadom na veľké vzdialenosti hviezd (napr. najbližšia hviezda Proxima Centauri so vzdialenosťou 4,2 l.y. má paralaxu len 0,77"), tg ( $\pi$ )  $\approx \pi$ .

Paralaxe 1" zodpovedá vzdialenosť 1 pc (= 3,26 l.y. = 206 264,8 AU = 30,86 × 10<sup>15</sup> m).

Ak použijeme parsek [pc] ako jednotku vzdialenosti a paralaktický uhol budeme merať v oblúkových sekundách ["], potom platí:

 $r = 1 / \pi$ 

# Trigonometrická paralaxa

 Meraniu vzdialeností hviezd pomocou trigonometrickej paralaxy sa venovala sonda *Hipparcos* (High Precision Parallax Collecting Satellite, ESA, 1989). Zmerala paralaxy 118 218 hviezd s presnosťou (0,6 – 1, 0)×10<sup>-3</sup>".

S ešte vyššou presnosťou (20 – 200)×10<sup>-6</sup>" zmeria vzdialenosti miliardy hviezd sonda Gaia (ESA), ktorá bola úspešne vypustená 19. 12. 2013.



Sonda Hipparcos



#### Sonda Gaia

#### Určovanie vzdialeností vo vesmíre

#### Fotometrická paralaxa

Na určenie vzdialenosti objektu sa použije vzťah pre modul vzdialenosti:

 $m_{\lambda} - M_{\lambda} = 5 \log r - 5 + A_{\lambda}(r)$ 

Jednoduchou úpravou pre hľadanú vzdialenosť r dostaneme:

 $r = 10^{(m_{\lambda} - M_{\lambda} + 5 - A_{\lambda}(r))/5}$ 

Pre absolútnu bolometrickú magnitúdu dvoch objektov  $M_{bol,1}$  a  $M_{bol,2}$  platí:

 $M_{\rm bol,1} - M_{\rm bol,2} = -2,5 \log (L_1 / L_2)$ 

kde  $L_1$  a  $L_2$  sú svietivosti týchto objektov. Ak druhým objektom bude Slnko, potom:

 $M_{\rm bol,1} - M_{\rm bol,\odot} = -2.5 \log (L_1 / L_{\odot})$ 

Ak použijeme svietivosť Slnka (1  $L_{\odot}$  = 3,839 × 10<sup>26</sup> J s<sup>-1</sup>) ako prirodzenú jednotku a  $M_{bol,\odot}$  = 4.74 mag, potom

 $M_{\rm bol} = -2.5 \log (L) + 4.74 \quad (L[L_{\odot}])$ 

Problém určenia vzdialenosti objektu sa previedol na určenie jeho absolútnej bolometrickej magnitúdy alebo svietivosti.

## Fotometrická paralaxa

Astronómovia preto hľadajú a skúmajú vo vesmíre také typy objektov, pre ktoré dokážu určiť ich svietivosť na základe merania iných vlastností (napr. pre Cefeidy - pulzujúce premenné hviezdy, na základe periódy ich pulzácií) alebo pre ktoré je ich svietivosť dobre známa (napr. maximálna svietivosť supernov typu la).



Pozorovanie zmien jasnosti pulzujúcej premennej hviezdy typu Cefeida v galaxii M100 pomocou *Hubblovho vesmírneho ďalekohľadu*.

# Pulzujúce premenné hviezdy

Pulzácie (zmeny polomeru hviezdy ΔR) sú sprevádzané zmenami jasnosti (Δm), povrchovej teploty (T), spektrálneho typu (Sp) a radiálnej rýchlosti (v<sub>rad</sub>) hviezdy s rovnakou periodicitou.
Pulzácie môžu byť radiálne, ako aj neradiálne (torzné deformácie povrchu, stojaté povrchové vlny).
Periodicita premennosti je buď veľmi presná (*Cefeidy*), viac menej pravidelná (typ *Mira Ceti*) alebo nepravidelná (typ *RV Tau*).

Tvoria približne 70% všetkých premenných hviezd (výberový efekt).



## **Cefeidy**

- Sú to obri a nadobri spektrálnych typov F a G s vysokou svietivosťou, ktorí ležia v hornej časti oblasti nestability. Sú to mladé hmotné hviezdy (10 20 M<sub>o</sub>).
- Pulzácie spôsobujú zmeny spektra v rozmedzí jednej spektrálnej triedy so zmenou teploty v rozsahu zhruba 1500 K.
- Sú striktne periodické s periódami od 2 do 40 dní a amplitúdami zmien jasnosti do jednej magnitúdy.
- Vzťah medzi periódou pulzácií Cefeíd a ich svietivosťou odhalila v 20. rokoch 20. storočia *Henrieta Swan Leavittova* (1868 - 1921) na základe pozorovaní týchto premenných hviezd vo Veľkom a Malom Magellanovom mraku.
- Vzťah perióda svietivosť umožňuje určovať vzdialenosti vo vesmíre. Ak na základe pozorovaní zmien jasnosti Cefeidy určíme periódu jej pulzácií, potom pomocou vzťahu:

 $M_v = -2,81 \log P - 1,43$  P[dni], ±0,1 mag

vieme určiť jej absolútnu magnitúdu (M<sub>v</sub>). So znalosťou jej zdanlivej magnitúdy (m<sub>v</sub>) a predpokladoch o medzihviezdnej absorbcii (A<sub>v</sub>(r)), pomocou vzťahu

 $r = 10^{(m_V - M_V + 5 - A_V(r))/5}$ 

vieme určiť jej vzdialenosť, ako aj vzdialenosť galaxie, v ktorej sa nachádza.

# Supernovy typu la

Progenitormi sú interagujúce dvojhviezdy zložené z (kyslíkovo – uhlíkového) bieleho trpaslíka (WD), na ktorého je prenášaná látka z blízkeho hviezdneho sprievodcu, zvyčajne červeného obra.



## Supernovy typu la

- Keď sa hmotnotnosť WD priblíži k *Chandrasekharovej limitnej hodnote* (1,4 M<sub>☉</sub>), tlak degenerovaných elektrónov už nie je schopný zabrániť kolapsu. Teplota i hustota stúpnu a zapália sa TN reakcie uhlíka. Behom niekoľkých sekúnd sa reakcia rozhorí v značnej časti WD, pričom uvoľnená energia (1 – 2 × 10<sup>44</sup> J) je schopná rozmetať WD pozorujeme explóziu supernovy.
- Nárazové vlny sa šíria rýchlosťou 5000 20000 km s<sup>-1</sup> a absolútna magnitúda dosiahne -19.3 mag (4 miliardy krát viac ako Slnko).
- Keďže uvoľnená energia (a teda aj absolútna magnitúda) je vždy približne rovnaká, vieme určiť vzdialenosť supernovy na základe vzťahu pre modul vzdialenosti:

 $r = 10^{(m_{\lambda} - M_{\lambda} + 5 - A_{\lambda}(r))/5}$ 



Jasnosť supernovy typu la je porovnateľná s jasnosťou celej galaxie

## Určovanie vzdialeností vo vesmíre

#### Dynamická paralaxa

- Určuje sa pomocou vizuálnych dvojhviezd, pre ktoré poznáme dobu obehu P.
- Za predpokladu o hmotnostiach zložiek M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub> na základe 3. Keplerovho zákona

 $a^3 = (M_1 + M_2)P^2$ 

vieme určiť dĺžku hlavnej polosi a.

Ak poznáme uhlovú vzdialenosť zložiek *a"*, vieme určiť vzdialenosť dvojhviezdy:

r = a / a'' $r = (M_1 + M_2)^{1/3} P^{2/3} / a''$ 



Zmena polohy zložiek vizuálnej dvojhviezdy Mizar A (USNO, NRL).

#### Farba

60 370 380 390 400 410 420 430 440 450 460 470 480 490 500 510 520 530 540 550 560 570 580 590 600 610 620 630 640 650 660 670 680 690 700

- Popisuje rozdelenie energie v spektre.
- V prípade tepelného žiarenia závisí od teplote zdroja žiarenia.
- Je vyjadrená pomocou farebného indexu:

 $CI = m_{\lambda 1} - m_{\lambda 2}$  , kde  $\lambda_1 < \lambda_2$ 

*Príklad:*  $CI = m_B - m_V$ , kde  $m_B$  je fotografická magnitúda a  $m_V$  je vizuálna magnitúda. Ak CI < 0 ( $m_B < m_V$ ), objekt je modrejší ako farebný štandard (CI = 0). Ak CI > 0 ( $m_B > m_V$ ), objekt je červenší ako farebný štandard (CI = 0).

- Meriame pomocou filtrov s priepustnosťou na rozličných vlnových dĺžkach.
- Ak použijeme viac ako 2 filtre, hovoríme o tzv. fotometrických systémoch.
- *Príklad:* medzinárodný Johnsonov systém: 3 širokopásmové ( $\Delta\lambda \approx 100$  nm) filtre:

U  $\lambda \approx 364 \text{ nm}$   $m_U = U$ B  $\lambda \approx 442 \text{ nm}$   $m_B = B$ V  $\lambda \approx 540 \text{ nm}$   $m_V = V$ Dva nezávislé farebné indexy: U – B a B – V Farebný štandard: hviezdy spektrálneho typu A0 V (Vega) Slnko: U – B = 0,13 mag a B – V = 0,65 mag

## Farebný exces

Svetlo je ovplyvnené prostredím, ktorým prechádza.

Rozptyl na medzihviezdnej látke závisí od  $\lambda$ :

 $A_{\lambda} = A_0 (\lambda_0 / \lambda)^n$ 

Keďže je viac rozptyľované krátkovlnné žiarenie, hovoríme o tzv. medzihviezdnom sčervenaní.

Farebný exces udáva rozdiel pozorovaných a vlastných farebných indexov:

 $E_{U-B} = (U - B) - (U - B)_0$  $E_{B-V} = (B - V) - (B - V)_0$ 

Farebný exces je vzhľadom na medzihviezdne sčervenanie vždy kladný:  $E_{U-B} > 0$ ,  $E_{B-V} > 0$ 





Porovnanie farby hviezd otvorenej hviezdokopy Plejády pred (vľavo) a po (vpravo) oprave o medzihviezdne sčervenanie.

#### **Spektrum**

Interval frekvencií, resp. vlnových dĺžok elektromagnetického žiarenia. Energia je daná frekvenciou, resp. vlnovou dĺžkou vlnenia:

E = h v

kde *h* je Planckova konštanta,  $h = 6.626068 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$  a *c* rýchlosť svetla vo vákuu (c = 299 792 458 m s<sup>-1</sup>).

 $E = hc / \lambda$ 



K4iii 4500 5000 5500 6000 6500 7000 7500 8000 8500

Príklady vzniku spektra disperziou na vodných kvapkách - dúha (vľavo) a na hranole. Spektrum hviezdy spektrálneho typu K4 III.

# Ziarenie absolútne čierneho telesa.

Model AČT popisuje žiarenie telies s nenulovou teplotou (T > 0 K), ktoré sú v termodynamickej rovnováhe.

Spektrum AČT je dané Plankovou funkciou:

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \qquad \qquad B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}$$

kde k je Boltzmanova konštanta  $k = 1,38 \times 10^{-23}$  J K<sup>-1</sup> a T je teplota AČT.



Závislosť toku žiarenia od vlnovej dĺžky pre žiarenie AČT s uvedenými teplotami.

## Žiarenie absolútne čierneho telesa

Poloha maxima je daná Wienovým posunovacím zákonom:

#### kde *b* = 2,897 x 10<sup>-3</sup> m K<sup>-1</sup>.

Celkové množstvo vyžiarenej energie (cez všetky  $\lambda$  za jednotku času, z jednotky plochy, do všetkých smerov) je dané Stefanovým – Boltzmanovým zákonom:

 $F = \sigma T^4$ 

kde  $\sigma$  je Stefanova – Boltzmmanova konštanta  $\sigma$  = 5,67 x 10<sup>-8</sup> J m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> K<sup>-4</sup>.



Závislosť toku žiarenia od vlnovej dĺžky pre žiarenie AČT s uvedenými teplotami.

# Spektrum elektromagnetického žiarenia



Jednotlivé oblasti spektra elektromagnetického žiarenia.

## Spektrum elektromagnetického žiarenia



Jednotlivé oblasti spektra elektromagnetického žiarenia.

#### Teplota hviezd

Dôležitý fyzikálny parameter.

Záleží na definícii:

**Kinetická teplota** tepelného pohybu častíc:  $E_k = \frac{3}{2}NkT$ 

Pre svietivosť sféricky symetrickej hviezdy, ktorá žiari ako AČT platí:  $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ Polomer *R* i svietivosť *L* vieme merať  $\Rightarrow$  možno použiť na určenie teploty *T* Lenže: hviezdy nežiaria ako AČT!

*Efektívna teplota T<sub>eff</sub> –* teplota takého AČT, ktorého celkový tok žiarenia (cez všetky vlnové dĺžky) je rovnaký ako skúmaného telesa:  $F = \sigma T_{eff}^4$ 

Žiarivá teplota T<sub>R</sub> – teplota takého AČT, ktorého tok žiarenia v danej spektrálnej oblasti je rovnaký ako skúmaného telesa.

*Farebná teplota T*<sub>c</sub> – teplota takého AČT, ktorého (relatívny) priebeh toku žiarenia v danej spektrálnej oblasti je rovnaký ako skúmaného telesa.

 $CI = m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = 12,5(\log \lambda_1 - \log \lambda_2) + 1,086 \frac{hc}{kT_c} (\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2})$ 

Pre AČT platí:  $T_{eff} = T_R = T_C$ Pre Slnko:  $T_{eff} = 5770$  K,  $T_R$ (viz.) = 6050 K,  $T_R$ (UV) = 5895 K  $T_C$ (300 - 400 nm) = 4850 K,  $T_C$ (410 – 950 nm) = 7140 K Teplota hviezd



Poloha telies s rôznou teplotou  $T_c$  vo farebnom priestore (vľavo) a zodpovedajúca farba (vpravo).

### Spektrá atómov a molekúl

- Absorpčné spektrálne čiary objavil v spektre Slnka Joseph von Fraunhofer v roku 1814.
- O 45 rokov neskôr G. R. Kirchhoff a R. W. E. Bunsen zistili, že vlnová dĺžka niektorých Fraunhoferových čiar zodpovedá charakteristikám emisných čiar v spektre rozžeravených kovov. Správne usúdili, že tmavé čiary v slnečnom spektre sú spôsobené absorpciou príslušných chemických prvkov v atmosfére Slnka.

Na

- Spektrum spojité a čiarové (absorpčné, emisné).
- Vznik spektrálnych čiar vysvetlila až kvantová mechanika.


### Spektrá atómov a molekúl

Model atómu a časticovo-vlnový dualizmus.  $\lambda = -$ B. H. Rutherfordov vs. N. Bohrov model atómu, Louis de Broglieho stojatá vlna.  $n\lambda = 2\pi r \implies mvr = \frac{\pi}{2\pi}n$ Táto podmienka vedie k tomu, že energia (rýchlosť, polomer dráhy) elektrónu v atóme je kvantovaná, t.j. môže nadobúdať iba celočíselné násobky tzv. hlavného kvantového čísla *n*,  $n \in \langle 1, \infty \rangle$ . Pre vodík:  $r = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2$   $v = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 h} \frac{1}{n}$   $E(n) = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -R_y \frac{1}{n^2}$ kde  $R_v = 13,60 \text{ eV}$  je Rydbergova konštanta. Zmena energie (povolené prechody) sú len také, pre ktoré platí:  $\frac{hc}{\lambda} = E(n_1) - E(n_2) = -R_y(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2})$ Podľa hodnoty  $n_1$ ,  $n_2$  rozlišujeme prechody: *viazano-viazané* ( $n_1$ ,  $n_2$  konečné)  $\Rightarrow$  čiarové spektrum  $(n_1 > n_2)$  emisné spektrálne čiary,  $n_1 < n_2$  absorpčné spektrálne čiary) *viazano-voľné* ( $n_1$  konečné,  $n_2 = \infty$ )  $\Rightarrow$  spojité spektrum (ionizácia) voľno-viazané ( $n_1 = \infty, n_2$  konečné)  $\Rightarrow$  spojité spektrum (rekombinácia)

**\*** voľno-voľné ( $n_1 = \infty$ ,  $n_2 = \infty$ ) ⇒ spojité spektrum

## Spektrum neutrálneho vodíka (H I)



#### Ηδ Ηγ Ηβ

#### pektrum záporného iónu vodíka H

- Väzbová energia druhého e<sup>-</sup> je 0,75 eV  $\Rightarrow$  fotón s  $\lambda$  < 1650,2 nm uvedie atóm späť do neutrálneho stavu.
- Dostupná iba jedna hladina  $\Rightarrow$  iba viazano-voľné a voľno-viazané prechody  $\Rightarrow$  vytvára spojité spektrum.

Hα

### Spektrá atómov





b₄

516.733

Mg

Fraunhoferovými spektrálnymi čiarami (dole) a tabuľka významných spektrálnych čiar s ich označením, prislúchajúcim chemickým prvkom a vlnovou dĺžkou (vpravo).

# Spektrum Sinka



Spektrum Slnka vo vysokom spektrálnom rozlíšení.

#### Spektrá hviezd

- Spektrá hviezd sa líšia množstvom a vlastnosťami spektrálnych čiar jednotlivých chemických prvkov.
- Prítomnosť, intenzita a tvar spektrálnych čiar závisí od teploty, tlaku, chemického zloženia, pohybového stavu (rotácia) a prítomnosti magnetického a elektrického poľa v mieste ich vzniku (atmosféra hviezdy).

HD 12993
HD 158659
HD 30584
HD 116608
HD 9547
HD 10032
BD 61 0367
HD 28099
HD 70178
HD 23524
SAO 76803
HD 260655
Yale 1755

Spektrá jednotlivých hviezd, ktorých označenie je uvedené vpravo.

## Spektrálna klasifikácia

- Rozmanitosť, ale zároveň aj podobnosť vlastností spektier jednotlivých hviezd vytvorila potrebu ich katalogizácie, tzv. spektrálnej klasifikácie.
- Opiera sa o prítomnosť (resp. neprítomnosť) dôležitých absorpčných čiar atómov a molekúl (He, He, H, Ca, Ca<sup>+</sup>, Fe, TiO, ...) a ich intenzitu.
- Prvá takáto klasifikácia (tzv. Harvardská) vznikla na pôde Harvard College Observatory
  pod vedením astronóma Edwarda C. Pickeringa.
- Spektrá (390 500 nm) boli fotografované malým fotografickým ďalekohľadom s objektívovým hranolom, čo umožnilo súčasne klasifikovať veľké množstvo hviezd.
- Výsledky boli prvýkrát publikované v roku 1890 v tzv. Draperovom katalógu hviezdnych spektier (10 351 hviezd).
- Katalogizácia tisícov hviezdnych spektier by nebola možná bez tzv. Pickeringovho alebo Harvardského "počítača", ktorý tvorili: *Williamina Flemingová, Annie J. Cannonová, Henrietta S. Leavittová* a Antonia Mauryová.
- Ide o tzv. jednorozmernú klasifikáciu; zaraďovanie do jednotlivých spektrálnych typov závisí iba od jedného parametra (teploty).

## Harvardská spektrálna klasifikácia

Pôvodne bol použitý abecedný poriadok (podľa intenzity spektrálnych čiar H). Keď sa neskôr ukázalo, že prítomnosť a intenzita spektrálnych čiar závisí hlavne od teploty, bolo poradie zmenené. (mnemotechnická pomôcka: **Oh, Be A Fine Girl, Kiss Me**).

Spektrálny typ	Spektrálne čiary	Farba	Zdanlivá farba	Teplota [K]	Hmotnosť [M <sub>o</sub> ]	Polomer [R <sub>o</sub> ]	Svietivosť [L <sub>o</sub> ]	Podiel
0	He+ , C++, N++, He	Modrá	Modrá	≥ 33 000 K	≥ 16	≥ 6,6	≥ 30,000	~0,00003%
В	He, H	modrá až modrobiela	modrobiela	10 000 — 30 000 К	2,1 – 16	1,8 - 6,6	25 – 30 000	0,13%
Α	H, He	biela	biela až modrobiela	7 500 – 10 000 K	1,4 - 2,1	1,4 - 1,8	5 – 25	0,6%
F	H, Ca⁺	žltobiela	biela	6 000 – 7 500 K	1,04 - 1,4	1,15 – 1,4	1,5 — 5	3%
G	Ca⁺, H	žltá	žltobiela	5 200 – 6 000 K	0,8 - 1,04	0,96 – 1,15	0,6 – 1,5	7,6%
к	Ca, kovy	oranžová	žltooranžová	3 700 – 5 200 K	0,45 – 0,8	0,7 – 0,96	0,08 – 0,6	12,1%
М	Kovy, TiO	červená	oranžovočerve ná	≤ 3 700 K	≤ 0,45	≤ 0,7	≤ 0,08	76,45%

Tabuľka spektrálnych typov.

# Harvardská spektrálna klasifikácia

Neskôr bolo delenie do jednotlivých spektrálnych typov rozšírené na delenie do spektrálnych podtypov, ktoré sa označujú číslicou (0 – 9) za písmenom označujúcim príslušný spektrálny typ.

Spektrálny typ Slnka: G, presnejšie G2.

06.5	
B0	
B6	
A1	
A5	
F0	
F5	
G0	
G5	
K0	
K5	
MO	
M5	

Príklady spektier hviezd jednotlivých spektrálnych typov.

Spektrálna klasifikácia



Príklady spektier hviezd jednotlivých spektrálnych typov.



46

#### Triedy svietivosti

Pozorovania ukázali, že existujú hviezdy s rovnakým spektrálnym typom (teplotou T), no veľmi rozdielnou absolútnou magnitúdou (svietivosťou L).

Ak budeme uvažovať, že hviezdy žiaria ako AČT:  $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ 

musia sa líšiť polomerom R.

Hviezdy boli rozdelené do tried svietivosti:

0 - hyperobri I(a, ab, b) - nadobri II (a, ab, b) - jasní obri III(a, ab, b) - obri

IV(a, b) - podobri V(a, ab, b) - hviezdy hlavnej postupnosti VI - podtrpaslíci VII – bieli trpaslíci

Klasifikácia podľa 2 parametrov sa označuje ako dvojrozmerná.

Takáto klasifikácia je známa ako Yerkesská klasifikácia, alebo klasifikácia MKK, podľa astronómov Williama W. Morgana, Philipa C. Keenana a Edithy Kellmanovej, ktorí tento systém prvý krát publikovali v roku 1943.

Spektrálny typ Slnka je v MKK klasifikácii: G2 V.



Earth Moon

Mercury

Porovnanie veľkosti jednotlivých vesmírnych objektov, od planét slnečnej sústavy až po hviezdy jednotlivých tried svietivosti.

## Hertzsprungov – Russellov diagram

- Hviezdy nie sú vo farebnom diagrame usporiadané náhodne. Hlavné oblasti:
  - 🍀 Hlavná postupnosť
  - 送 Vetva obrov
  - 🍀 Oblasť trpaslíkov
- Využitie:
  - Určovanie vzdialeností hviezdokôp
  - Určovanie veku guľových hviezdokôp
  - Štúdium evolúcie hviezd



Hertzsprungov – Russellov diagram.

### Určovanie hmotnosti hviezd

- Hlavný parameter, ktorý určuje stavbu a štruktúru hviezdy, jej vlastnosti, ako aj evolúciu.
- ▶ Interval hmotností:  $M \in (0, 1 100)$   $M_{\odot}$ , kde 1  $M_{\odot} = 1,989 \times 10^{30}$  kg.

 $\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{r}{r}$ 

- 🐉 Nie je možné určiť priamo.
- Určuje sa na základe gravitačného pôsobenia hviezdy na iné hmotné telesá pomocou všeobecného gravitačného zákona (I. Newton, 1687):

 $F = m_1 a = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ 



Vizuálna dvojhviezda Albireo (β Cyg).

# Vizuálne dvojhviezdy

Prvú vizuálnu dvojhviezdu (Mizar) objavil Jean Baptiste Riccioli v roku 1650.



Asterizmus Veľký voz (vľavo hore) s vyznačenou dvojicou hviezd Alcor a Mizar, ktoré tvoria optickú dvojhviezdu (vľavo dole). Mizar je však vizuálnou dvojhviezdou (vpravo hore) a jasnejšia zložka Mizar A je tiež dvojhviezdou (vpravo dole), ktorú však vieme rozlíšiť iba pomocou interferometrických pozorovaní.

## Vizuálne dvojhviezdy

Ak sa zložky dvojhviezdy pohybujú po kruhových dráhach musí platiť:

 $m_1r_1=m_2r_2$ 

Ďalej musí platiť rovnováha gravitačnej a odstredivej sily:

 $F_{G} = F_{0}$   $G \frac{m_{1}m_{2}}{(r_{1} + r_{2})^{2}} = m_{1}r_{1}\omega^{2} = m_{1}r_{1}\frac{4\pi^{2}}{P^{2}}$ Dosadením dostaneme:  $\frac{(r_{1} + r_{2})^{3}}{P^{2}} = \frac{G(m_{1} + m_{2})}{4\pi^{2}}$ čo je obdoba 3. Keplerovho zákona:  $\frac{a^{3}}{P^{3}} = \frac{(a_{1} + a_{2})^{3}}{P^{2}} = \frac{G(m_{1} + m_{2})}{4\pi^{2}}$ 

pre dráhy (obecne) eliptické.

Na základe odpozorovaných parametrov dráhy vizuálnej dvojhviezdy (P,  $a_1$ ,  $a_2$ , príp.  $r_1$ ,  $r_2$ ) vieme určiť hmotnosti zložiek  $m_1$  a  $m_2$ .



Dvojhviezda s kruhovými dráhami zložiek.



Dvojhviezda s eliptickými dráhami zložiek.

## Spektroskopické dvojhviezdy

- Prvou objavenou bola jasnejšia zložka dvojhviezdy Mizar (E. C. Pickering, 1889).
  Dvojhviezdny charakter sa prejaví zdvojením spektrálnych čiar, ktoré navyše pravidelne (s periódou obežnej doby dvojhviezdy) menia svoju polohu.
- Posun spektrálnych čiar je spôsobený Dopplerovým javom:
  - V prípade kruhových dráh potom pre pomer hmotností q dostávame:





 $v_{r,max,1}$ 

max .2

## Spektroskopické dvojhviezdy

V prípade kruhovej dráhy je krivkou radiálnych rýchlostí sínusoida. V prípade eliptickej dráhy sa krivka deformuje, pričom jej tvar závisí ako od vlastností elipsy (excentricity *e*), tak od smeru, z ktorého eliptickú dráhu pozorujeme.

Ak inklinácia *i* (uhol dráhy) je odlišná od 90°, nemeriame radiálne rýchlosti, ale ich priemety  $\Rightarrow$  hmotnosť dostávame až na neurčitý faktor sin *i*.

 $(m_1 + m_2)\sin^3 i = \frac{a_*}{p_2}$ 



Dvojhviezda s eliptickými dráhami zložiek.



Krivky radiálnych rýchlostí pre rôzne tvary a otočenia dráhy spektroskopickej dvojhviezdy.

## Zákrytové dvojhviezdy

- V roku 1667 objavil G. Montanari premennosť hviezdy Algol (β Per).
- J. Goodricke v rokoch 1782–1783 Algol systematicky pozoroval a ukázal, že jeho jasnosť sa mení s periódou necelých troch dní a správne vysvetlil príčinu jeho svetelných zmien.
- V roku 1880 *E. C. Pickering* dokázal Goodrickovu hypotézu o dvojhviezdnej povahe Algolu a z tvaru svetelnej krivky odvodil relatívne rozmery oboch zložiek.

Model definitívne potvrdil v roku 1889 *H. Vogel,* keď ukázal, že Algol je spektroskopická dvojhviezda, ktorej krivka radiálnych rýchlostí presne zodpovedá modelu. Zaviedol pojem *zákrytové dvojhviezdy*.



Model a svetelná krivka zákrytovej dvojhviezdy.

Špeciálny typ spektroskopických dvojhviezd, ktorých zmena jasnosti je spôsobená vzájomným zakrývaním sa zložiek dvojhviezdy (i ≈ 90°). Simultánna analýza svetelných kriviek a kriviek radiálnych rýchlostí umožňuje určiť parametre dráhy dvojhviezdy a jej vzdialenosť, ako aj základne fyzikálne charakteristiky samotných hviezd (hmotnosti, polomery, hustoty, svietivosti). Údaje získané analýzou zákrytových dvojhviezd sa stali kľúčovými pre pochopenie vlastností, štruktúry a evolúcie hviezd. Štruktúra a evolúcia hviezd

## Stavba a štruktúra hviezd

- Štruktúru hviezdy, ako aj vlastnosti v jej vnútri (napr. T<sub>c</sub>, P<sub>c</sub>) nie je možné určiť priamo.
- Je potrebné zostrojiť model založený na všeobecných fyzikálnych predpokladoch, ktorého parametrami sú pozorované vlastnosti hviezdy (*M*, *R*, *T*<sub>eff</sub>, *L*, *A*, …) a na základe tohto modelu odvodiť požadované informácie.
- Fyzikálne predpoklady sa týkajú stavu hviezdnej látky, prenosu a tvorby energie.

#### Hydrostatická rovnováha

- Väčšina hviezd je stabilná (na bežných časových škálach). Keďže gravitačná sila je príťažlivá, aby nedošlo ku kolapsu, musí byť jej pôsobenie kompenzované tlakovou silou.
- V prípade sféricky symetrickej hviezdy gravitačná sila pôsobiaca na objemový element  $\Delta V$ :

 $\Delta F_G(r) = G \frac{m(r)\Delta m}{r^2} = G \frac{m(r)\rho(r)\Delta V}{r^2} = G \frac{m(r)\rho(r)\Delta S\Delta r}{r^2}$ 

- vyvolá tlakovú silu F<sub>T</sub>.
  - V prípade rovnováhy  $F_T = F_G$ , pre rozdiel tlakov na podstavách bude platiť:  $P(r) - (P(r) + \Delta P) = \frac{\Delta F}{\Delta S}$

 $\frac{\Delta P(r)}{m} = -G \frac{m(r)\rho(r)}{r}$ 



 $\Delta r \rightarrow 0$  dP(r)



 $\int m(r)\rho(r)$ 

#### Stavba a štruktúra hviezd

Odhad centrálneho tlaku  $P_{c}$  hviezdy s hmotnosťou *M* a polomerom *R*.

Prírastok tlaku odhadneme z hraničných hodnôt tlaku *P* a vzdialenosti *r*:  $\frac{\Delta P}{\Delta r} \approx \frac{P_C - 0}{0 - R} = -\frac{P_C}{R}$ 

Hustota hviezdy je približne:

A pre centrálny tlak P<sub>c</sub>:

$$\frac{\overline{R}}{R} \approx -G \frac{\overline{R^5}}{R^5}$$
$$P_C \approx G \frac{M^2}{R^4}$$

Pre Slnko:  $P_c \approx 6,67 \cdot 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup> (2 ×10<sup>30</sup> kg)<sup>2</sup> (7 ×10<sup>8</sup> m)<sup>-4</sup> = 10<sup>15</sup> Pa = 10<sup>10</sup> atm. Centrálnu teplotu  $T_c$  odhadneme pomocou stavovej rovnice ideálneho plynu:  $P_G = \frac{\rho kT}{\mu_s m_{\mu}}$ 

 $P_{C}$ 

Dosadením vzťahov pre hustotu  $\rho$  a centrálny tlak  $P_c$  dostaneme:

kde  $\mu_s$  je stredná molekulová hmotnosť ( $\mu_s = 0,62$ ),  $m_H$  hmotnosť atómu vodíka ( $m_H = 1,67 \times 10^{-27}$  kg) a *k* Boltzmmanova konštanta ( $k = 1,38 \times 10^{-23}$  JK<sup>-1</sup>).

 $T_C \approx \frac{G\mu_s m_H M}{L}$ 

Pre Slnko dostaneme:  $T_c \approx 1.4 \times 10^7$  K.

## Základné rovnice hviezdnej stavby - I

Ak je hviezda stabilná, prírastok tlaku popisuje rovnica hydrostatickej rovnováhy:  $\frac{dP(r)}{dr} = -G \frac{m(r)\rho(r)}{r^2}$ 

kde P(r) je tlak,  $\rho(r)$  je hustota vo vzdialenosti r od stredu hviezdy a m(r) hmotnosť časti hviezdy od stredu po vzdialenosť r. G je gravitačná konštanta: G = 6,67 × 10<sup>-11</sup> m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup> s<sup>-2</sup>. Pre prírastok hmotnosti sféricky symetrickej hviezdy platí:

Keďže hviezda žiari, musí mať vo svojom vnútri zdroj energie. Prírastok svietivosti popisuje rovnica:

 $\frac{\mathrm{d}m(r)}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2 \rho(r)$ 

 $\frac{\mathrm{d}L(r)}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2 \rho(r) (\varepsilon(r) - \varepsilon_{\nu}(r))$ 

kde L(r) je svietivosť a  $\varepsilon(r)$  emisivita vo vzdialenosti r od stredu hviezdy. Emisivita udáva rýchlosť tvorby energie za jednotku času a na jednotku hmotnosti.  $\varepsilon_v(r)$  je emisivita pre neutrína. Keďže neutrína len veľmi slabo interagujú s hmotou, po svojom vzniku odnášajú energiu mimo hviezdy, a preto je ich príspevok potrebné odpočítať od celkovej energetickej bilancie.

## Základné rovnice hviezdnej stavby - Il

- Keďže energia vzniká v jadre hviezdy a je vyžiarená z jej povrchu, vo vnútri hviezdy musí dochádzať k prenosu energie. Spôsoby prenosu energie sa líšia podľa toho, čo je nosičom energie.
- Ak je nosičom energie elektromagnetické žiarenie (fotóny), hovoríme, že energia sa prenáša *radiáciou (žiarením)*.
- Rovnica pre prírastok teploty pri prenose energie radiáciou je:

 $\frac{\mathrm{d}T(r)}{\mathrm{d}r} = -\frac{3\kappa_R}{4^3\pi\sigma}\frac{L(r)}{r^2T^3(r)}$ 

kde *T*(*r*) je teplota vo vzdialenosti *r* od stredu hviezdy,  $\kappa_R$  je tzv. Rosselandov stredný absorpčný koeficient – opacita a  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ Jm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$  je Stefanova – Boltzmmanova konštanta. Opacita udáva mieru nepriehľadnosti prostredia pre žiarenie.

Ak je opacita prostredia veľká, žiarenie už nie je schopné účinne prenášať všetku energiu a táto sa začne prenášať aj *konvekciou (prúdením)*. Nosičom energie sú v tomto prípade makroskopické objemy hmoty.

Rovnica pre prírastok teploty pri prenose energie konvekciou je:

 $\frac{\mathrm{d}T(r)}{2} - \frac{1-\gamma T(r)}{2} \frac{\mathrm{d}P(r)}{2}$ 

kde  $\gamma$  je Poissonova konštanta (pre úplne ionizovaný plyn  $\gamma = 5/3$ ).

Konvekciu nájdeme v jadrách hmotných hviezd ( $M \ge 1,5 M_{\odot}$ ). V menej hmotných hviezdach tvorí vonkajšiu obálku, v ktorej je dominantným spôsobom prenosu energie.

## Základné rovnice hviezdnej stavby III

Ak sú nosičom energie atómy a molekuly, ktoré tvoria samotnú látku, hovoríme, že energia sa prenáša kondukciou (vedením).

Rovnica pre prírastok teploty pri prenose energie *kondukciou* je :  $\frac{dT(r)}{dr} = -\frac{L(r)}{4\pi kr^2}$ 

kde *k* je koeficient tepelnej vodivosti látky.

Kondukciou sa za normálnych podmienok vo hviezdnom vnútri prenáša len veľmi malá časť energie (v porovnaní s prenosom energie radiáciou a konvekciou). Významnou je v oblastiach s vysokou (napr. biely trpaslík) alebo nízkou hustotou (napr. v koróne). Látka, z ktorej sa skladá hviezda je zmesou plynu a žiarenia, preto má stavová rovnica hviezdnej látky dve zložky:

# $P(r) = \frac{\rho(r)kT(r)}{\mu_S(r)m_H} + \frac{4\sigma}{3c}T^4(r)$

kde  $\mu_s$  je stredná molekulová hmotnosť (pre Slnko  $\mu_s = 0,62$ ),  $m_H$  hmotnosť atómu vodíka ( $m_H = 1,67 \times 10^{-27}$  kg) a k Boltzmmanova konštanta ( $k = 1,38 \times 10^{-23}$  JK<sup>-1</sup>). Prvý člen rovnice udáva tlak ideálneho plynu, druhý člen tlak žiarenia.

Táto sústava diferenciálnych rovníc má nasledujúce okrajové podmienky:

r=0 m=0  $P=P_{c}$   $T=T_{c}$   $\rho=\rho_{c}$  L=0

r = R m = M P = 0  $T = T_{eff}$   $\rho = 0$   $L = L_*$ 

kde R, M,  $T_{eff}$  a L<sub>\*</sub> určíme z pozorovaní,  $P_c$ ,  $T_c$  a  $\rho_c$  je výsledkom modelu hviezdy.

#### Základné rovnice hviezdnej stavby - zhrnutie

Rovnica pre prírastok tlaku (hydrostatickej rovnováhy):  $\frac{dP(r)}{dP(r)} = -G \frac{m(r)\rho(r)}{r}$ 

Rovnica pre prírastok hmotnosti:

Rovnica pre prírastok svietivosti:

Rovnica pre prírastok teploty pri prenose energie radiáciou (žiarením):  $\frac{dT(r)}{dT(r)} = -\frac{3\kappa_R}{L(r)}$ 

dr  $4^3 \pi \sigma r^2 T^3(r)$ Rovnica pre prírastok teploty pri prenose energie konvekciou (prúdením): dT(r)  $1 - \gamma T(r) dP(r)$ 

Rovnica pre prírastok teploty pri prenose energie kondukciou (vedením):

Stavová rovnica:

$$(r) = \frac{\rho(r)kT(r)}{\mu_S(r)m_H} + \frac{4\sigma}{3c}T^4(r)$$

 $4\pi k\gamma$ 

 $\frac{\mathrm{d}m(r)}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2 \rho(r)$ 

 $\frac{\mathrm{d}L(r)}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2 \rho(r) (\varepsilon(r) - \varepsilon_{\nu}(r))$ 

Okrajové podmienky:

 $r = 0 \qquad m = 0 \qquad P = P_{\rm C} \qquad T = T_{\rm C} \qquad \rho = \rho_{\rm C} \qquad L = 0$  $r = R \qquad m = M \qquad P = 0 \qquad T = T_{\rm eff} \qquad \rho = 0 \qquad L = L$ 

## Štruktúra Slnka

- Rovnice hviezdnej stavby predstavujú sústavu diferenciálnych rovníc, ktoré je možné analyticky riešiť iba za istých špecifických predpokladov (napr. o správaní sa hviezdnej látky - tzv. polytropický model).
- Analyticky je možné riešiť túto sústavu diferenciálnych rovníc iba numericky.
- Výsledkom sú tabuľky alebo grafy, ktoré udávajú priebeh fyzikálnych veličín ako funkcie vzdialenosti od stredu hviezdy.
- Štruktúra slnečného vnútra



Priebeh hustoty (vľavo) a prírastku hmotnosti (vpravo) ukazuje, že Slnko má veľmi husté a kompaktné jadro. Do vzdialenosti 0,3 R<sub> $\odot$ </sub> sa nachádza vyše 60 % slnečnej hmotnosti a do vzdialenosti 0,5 R<sub> $\odot$ </sub> (polovica objemu) sa nachádza takmer 90 % hmotnosti Slnka.

## Štruktúra Sinka



Priebeh tlaku (vľavo) tiež poukazuje na husté slnečné jadro, pričom tlak v strede Slnka dosahuje hodnotu  $P_{\rm C} = 2,5 \times 10^{16}$  Pa. Teplota (vpravo) klesá smerom k povrchu miernejšie. Teplota v strede Slnka je  $T_{\rm C} = 16 \times 10^{6}$  Pa.



Priebeh gradientu tlaku jasne ukazuje, že zatiaľ čo do 0,7  $R_{\odot}$  väčšina energie sa prenáša žiarením (radiáciou), vo vonkajšej obálke s hrúbkou asi 0,3  $R_{\odot}$  je dominantným typom prenosu energie prúdenie (konvekcia).

# Štruktúra Slnka



Priebeh svietivosti (vľavo) ukazuje, že všetka energia vzniká v slnečnom jadre (do 0,3  $R_{\odot}$ ). Priebeh gradientu svietivosti (vpravo) však ukazuje, že najrýchlejšie sa energia neprodukuje v strede Slnka, ale vo vzdialenosti 0,1  $R_{\odot}$ .



Priebeh relatívnej hmotnosti chemických prvkov ukazuje, že do 0,1 R<sub> $\odot$ </sub> prevláda hélium nad vodíkom. V strede Slnka je teda héliové jadro. Keďže za súčasných podmienok nedochádza k termonukleárnej syntéze hélia na ťažšie prvky, energia sa generuje len syntézou vodíka na hélium. Tieto reakcie najrýchlejšie prebiehajú na povrchu héliového jadra (0,1 R<sub> $\odot$ </sub>), teda tam, kde je najvyššia teplota a zároveň dostatok vodíka.

## Štruktúra Slnka

1 - jadro (< 0,3  $R_{\odot}$ )

- obsahuje héliové jadro (< 0,1 R $_{\odot}$ ),

 v jadre prebiehajú TN syntézy vodíka na hélium s maximom produkcie vo vrstve, ktorá obklopuje héliové jadro (≈ 0,1 R<sub>☉</sub>)

2 - oblasť žiarivej rovnováhy (< 0,7  $m R_{\odot}$ )

- energia sa prenáša žiarením
- 3 konvektívna zóna (> 0,7 R<sub>☉</sub>)
   energia sa prenáša konvekciou atmosféra



4 - fotosféra

 vo fotosfére vzniká pozorované viditeľné žiarenie (viditeľný povrch Slnka), hrúbka 200 – 300 km, teplota 4500 - 6000 K, pozorujeme prejavy slnečnej aktivity (7 - slnečné škvrny), ako aj prejavy konvekcie (8 – granulácia)

👏 5 - chromosféra

 siaha do výšky 12 000 – 14 000 km nad fotosférou, teplota v chromosfére stúpa s výškou až na ≈ 35000 K, pozorujeme prejavy slnečnej aktivity (9 – protuberancie, spikule, vzplanutia)

#### 6 - koróna

۲

 siaha ďaleko do kozmického priestoru, teplota stúpa na 1 – 2 × 10<sup>6</sup> K, mení svoj tvar, veľkosť a intenzitu počas 11-ročného cyklu slnečnej aktivity, pozorujeme počas úplných zatmení

## Slnečná atmosféra





SDO/AIA 304 2013-11-11 14:29:08 UT

DO/AIA 193 2013-11-11 14:28:43 UT

67

Vľavo hore - fotosféra (kontinuum, 617,3nm, 6000K), v strede hore - horná chromosféra a dolná prechodová oblasť (He II, 30,4 nm, 50 000 K), vpravo hore - koróna a horúca plazma vzplanutí (flares) (Fe XII, 19,3 nm, 1 250 000 K), dole – koróna zaznamenaná počas úplného zatmenia Slnka v roku 2006.

## Zdroje energie vo hviezdach - chemické reakcie

Uvažujme horenie vodíka :  $2H + O \rightarrow H_2O$ Nech je zastúpenie H a O také, aby sa všetky atómy zmenili na molekuly  $H_2O$ .  $m(H_2O) = 3,5 \times 10^{-26}$  kg  $n(H_2O) = M_{\odot} / m(H_2O) = 1,989 \times 10^{30} / 3,5 \times 10^{-26} = 5,68 \times 10^{55}$ pri jednej reakcii sa uvoľní energia  $\Delta E \approx 10$  eV =  $1,602 \times 10^{-18}$  J celková uvoľnená energia  $E = n(H_2O) \Delta E = 9,1 \times 10^{36}$  J Ak by Slnko stále žiarilo tak ako v súčasnosti ( $L_{\odot} = 3,839 \times 10^{26}$  J s<sup>-1</sup>), táto energia by stačila na:

 $t_c = E / L_{\odot} = 751 \text{ rokov}$ 

#### Zdroje energie vo hviezdach - gravitačná energia

Pre gravitačne viazanú sústavu častíc (E<sub>c</sub> < 0) v rovnováhe platí tzv. viriálová teoréma (Rudolf Clausius, 1870):

 $2 \langle E_{\rm K} \rangle + \langle E_{\rm P} \rangle = 0$ 

Pre celkovú energiu  $E_{\rm C}$  takejto sústavy potom platí:  $E_{\rm C} = \langle E_{\rm K} \rangle + \langle E_{\rm P} \rangle = \frac{1}{2} \langle E_{\rm P} \rangle = -\langle E_{\rm K} \rangle < 0$ Ak sa zmení (zmenší) potenciálna energia  $\langle E_{\rm P} \rangle$ :

½ sa zmení na kinetickú energiu (viriálová teoréma) $\Delta \langle E_K \rangle = -\frac{1}{2} \Delta \langle E_P \rangle$ ½ sa vyžiari (zákon zachovania energie) $L = -\frac{1}{2} \Delta \langle E_P \rangle / \Delta t$ Pre celkovú potenciálnu energiu sféricky symetrickej hviezdy s polomerom R a<br/>hmotnosťou M platí: $E_P = -\frac{3}{2} \frac{GM^2}{R}$ 

Koncom 19. storočia W. T. Kelvin a neskôr H. von Helmholtz ukázali, že kontrakcia môže byť zdrojom energie hviezdy:  $1 \Delta E_P$   $3 \cdot G M^2 \Delta R$ 

 $L = -\frac{1}{2} \Delta t = -\frac{1}{4} - \frac{1}{R^2} \Delta t$ Ak by Slnko stále žiarilo tak ako v súčasnosti ( $L_{\odot}$  =3,839 × 10<sup>26</sup> J s<sup>-1</sup>), táto energia by stačila na:  $t_K = \frac{3}{4} \frac{GM^2}{RL} = 23,5 \times 10^6$  rokov

## Zdroje energie vo hviezdach - nukleárna energia

- Hmotnosť atómov je o ≈ 1% menšia ako hmotnosť nukleónov, z ktorých sa skladajú (A. S. Eddington, 20. roky 20. storočia).
- Pre vodík: m(H) = 1,008172 u, kde u =  $1,6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$
- Pre hélium: m(He) = 4,00388 u, no 4 x m(H) = 4,03269 u, čomu zodpovedá hmotnostný rozdiel:  $\Delta m = 4 m(H) m(He) = 0,02881$  u alebo  $\Delta m / m(He) = 0,7 \%$
- Ak uvážime ekvivalenciu hmotnosti a energie  $\Delta E = \Delta m c^2$ , 0,7 % hmotnosti hviezdy sa môže premeniť na energiu.
- Pre železo: m(Fe) = 55,95270 u, no 56x m(H) = 56,45763 u, čomu zodpovedá hmotnostný rozdiel:  $\Delta m = 56 m(H) - m(Fe) = 0,50493 \text{ u}$  alebo  $\Delta m / m(Fe) = 0,9 \%$
- Ak by sa 0,7 % hmotnosti Slnka premenilo na energiu pri TN syntéze vodíka na hélium, získali by sme energiu:  $E = 0,007 M_{\odot} c^2 = 1,25 \times 10^{45}$  J.

Ak by Slnko stále žiarilo tak ako v súčasnosti ( $L_{\odot} = 3,839 \times 10^{26}$  J s<sup>-1</sup>), táto energia by stačila na:

 $t_{\rm T} = E / L_{\odot} = 103 \times 10^9 \, {\rm rokov}$ 

# Zdroje energie vo hviezdach - nukleárna energia

Do reakcie vstupujú jadrá atómov, ktoré majú kladný náboj  $Z_i e$ . Aby nastala reakcia, je potrebné prekonať elektrostatickú bariéru:  $E_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$ 

Jadrá sa musia dostať do vzdialenosti  $\approx 10^{-15}$  m, čomu zodpovedá energia:  $E_{\rm C} \approx 2 \times 10^{-13}$  J. Jadrá majú kinetickú energiu danú teplotou:  $E_{\rm C} = 3/2 \ kT$ , kde k je Boltzmmanova konštanta ( $k = 1,38 \times 10^{-23}$  JK<sup>-1</sup>). Pre teplotu v centre Slnka  $T \approx 10^{7}$  K je kinetická energia jadier  $E_{\rm C} \approx 2 \times 10^{-16}$  J, teda 1000x menšia!

Riešenie poskytla kvantová mechanika, ktorá ukázala, že existuje malá pravdepodobnosť, že aj častica s menšou energiou je schopná prejsť cez elektrostatickú bariéru – *tunelový jav*.

Pravdepodobnosť penetrácie:

> Priebeh elektrostatickej bariéry (hore) a vlnovej funkcie, popisujúcej časticu (dole).

71

#### Termonukleárne reakcie – syntéza vodíka

#### Protón – protónový cyklus

Prebieha vo hviezdach na dolnej časti hlavnej<br/>postupnosti (T  $\approx$  (8 – 18)×10<sup>6</sup> K) ${}^{1}\text{H} + {}^{1}\text{H} \rightarrow {}^{2}\text{D} + e^{+} + v_{e}$ 1,44 (0,26 ${}^{2}\text{D} + {}^{1}\text{H} \rightarrow {}^{3}\text{He} + \gamma$ 5,49 MeV

 $^{3}\text{He} + ^{3}\text{He} \rightarrow ^{4}\text{He} + ^{1}\text{H} + ^{1}\text{H}$ 

Ďalšie vetvy: <sup>3</sup>He + <sup>4</sup>He  $\rightarrow$  <sup>7</sup>Be +  $\gamma$ <sup>7</sup>Be  $\rightarrow$  <sup>7</sup>Li + e<sup>+</sup> + v<sub>e</sub> <sup>7</sup>Li + <sup>1</sup>H  $\rightarrow$  <sup>4</sup>He + <sup>4</sup>He

<sup>7</sup>Be + <sup>1</sup>H → <sup>8</sup>B + γ <sup>8</sup>B → <sup>8</sup>Be + e<sup>+</sup> + ν<sub>e</sub> <sup>8</sup>Be → <sup>4</sup>He + <sup>4</sup>He 1,44 (0,26) MeV 5,49 MeV <u>12,86 MeV</u> 26,2 MeV (69%)

1,59 MeV 0,86 (0,38)MeV 17,35 MeV

0,13 MeV 17,98 (7,2)MeV 0,09 MeV (31%)

Pozn. Energiu uvedenú v zátvorke odnášajú neutrína.


## Termonukleárne reakcie – syntéza vodíka

#### C – N –O cyklus

Prebieha vo hviezdach na hornej časti hlavnej postupnosti (T > 18×10<sup>6</sup> K)

 ${}^{12}C + {}^{1}H \rightarrow {}^{13}N + \gamma$   ${}^{13}N \rightarrow {}^{13}C + e^{+} + \nu_{e}$   ${}^{13}C + {}^{1}H \rightarrow {}^{14}N + \gamma$   ${}^{14}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{15}O + \gamma$   ${}^{15}O \rightarrow {}^{15}N + e^{+} + \nu_{e}$   ${}^{15}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{12}C + {}^{4}He$ 

# $$\begin{split} \tilde{\mathsf{D}}al\check{\mathsf{S}}ie \ \mathsf{vetvy}: \\ {}^{15}\mathsf{N} + {}^{1}\mathsf{H} & \rightarrow {}^{16}\mathsf{O} + \gamma \\ {}^{16}\mathsf{O} + {}^{1}\mathsf{H} & \rightarrow {}^{17}\mathsf{F} + \gamma \\ {}^{17}\mathsf{F} & \rightarrow {}^{17}\mathsf{O} + e^+ + \nu_e \\ {}^{17}\mathsf{O} + {}^{1}\mathsf{H} & \rightarrow {}^{14}\mathsf{N} + {}^{4}\mathsf{H}e \\ {}^{14}\mathsf{N} + {}^{1}\mathsf{H} & \rightarrow {}^{15}\mathsf{O} + \gamma \\ {}^{15}\mathsf{O} & \rightarrow {}^{15}\mathsf{N} + e^+ + \nu_e \end{split}$$

1,95 MeV 2,22 MeV 7,54 MeV 7,35 MeV 2,75 MeV <u>4,96 MeV</u> 26,8 MeV

12,13 MeV 0,60 MeV 2,76 MeV 1,19 MeV 7,35 MeV 2,75 MeV 26,8 MeV  $(10^{6} \text{ rokov})$ (14 min) (3×10<sup>5</sup> rokov) (3×10<sup>8</sup> rokov) (82 s) (10<sup>4</sup> rokov)



 ${}^{17}\text{O} + {}^{1}\text{H} \rightarrow {}^{18}\text{F} + \gamma$   ${}^{18}\text{F} \rightarrow {}^{18}\text{O} + {}^{e^+} + \nu_e$   ${}^{18}\text{O} + {}^{1}\text{H} \rightarrow {}^{19}\text{F} + \gamma$   ${}^{19}\text{F} + {}^{1}\text{H} \rightarrow {}^{16}\text{O} + {}^{4}\text{He}$   ${}^{16}\text{O} + {}^{1}\text{H} \rightarrow {}^{17}\text{F} + \gamma$   ${}^{17}\text{F} \rightarrow {}^{17}\text{O} + {}^{e^+} + \nu_e$ 

5,61 MeV 1,66 MeV 7,99 MeV 8,11 MeV 0,60 MeV 2,76 MeV 26,8 MeV

## Termonukleárne reakcie – syntéza hélia a ťažších prvkov

#### $3\alpha$ proces (Salpeterova reakcia)

- Prebieha vo hviezdach po opustení hlavnej postupnosti (T >  $10^8$  K)  $3^{4}\text{He} \rightarrow {}^{12}\text{C} + \gamma$ 7,27 MeV
  - $(^{4}\text{He} + {}^{4}\text{He} \rightarrow {}^{8}\text{Be} + e^{+} + v_{e})$ <sup>8</sup>Be + <sup>4</sup>He  $\rightarrow$  <sup>12</sup>C +  $\gamma$ )
  - Pri dostatočne vysokej teplote prebiehajú aj ďalšie reakcie (T >  $6 \times 10^8$  K) :  $^{12}C + {}^{4}He \rightarrow {}^{16}O + \gamma$
  - $^{16}\text{O} + {}^{4}\text{He} \rightarrow {}^{20}\text{N} + \gamma$

 $^{20}N + {}^{4}He \rightarrow {}^{24}Mg + \gamma$ 

Po spotrebovaní hélia sa začnú reakcie uhlíka a kyslíka:  $^{12}C + ^{12}C \rightarrow ^{23}Na + ^{1}H$  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O} \rightarrow ^{32}\text{S} + \gamma$  $^{16}O + ^{16}O \rightarrow ^{31}P + ^{1}H$  $^{12}C + ^{12}C \rightarrow ^{20}Ne + ^{4}He$  $^{12}C + ^{12}C \rightarrow ^{23}Mg + n$  $^{16}O + ^{16}O \rightarrow ^{31}S + n$  $^{12}C + ^{12}C \rightarrow ^{24}Mg + \gamma$  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O} \rightarrow ^{28}\text{Si} + ^{4}\text{He}$  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O} \rightarrow ^{24}\text{Mg} + 2 \,^{4}\text{He}$ 

Po spotrebovaní uhlíka a kyslíka a pri dostatočne vysokej teplote ((T =  $2,7 - 3,5 \times 10^9$  K):  $^{36}$ Ar +  $^{4}$ He  $\rightarrow$   $^{40}$ Ca +  $\gamma$  $^{28}Si + {}^{4}He \rightarrow {}^{32}S + \gamma \qquad {}^{32}S + {}^{4}He \rightarrow {}^{36}Ar + \gamma$  $^{48}$ Cr +  $^{4}$ He  $\rightarrow$   $^{52}$ Fe +  $\gamma$  $^{40}$ Ca +  $^{4}$ He  $\rightarrow ^{44}$ Ti +  $\gamma$   $^{44}$ Ti +  $^{4}$ He  $\rightarrow ^{48}$ Cr +  $\gamma$  ${}^{52}\text{Fe} + {}^{4}\text{He} \rightarrow {}^{56}\text{Ni} + \gamma \qquad {}^{56}\text{Ni} \rightarrow {}^{56}\text{Co} + e^+ + \nu_e$  ${}^{56}\text{Co} \rightarrow {}^{56}\text{Fe} + e^+ + \nu_e$ Konečným produktom je železo <sup>56</sup>Fe.

# Termonukleárne reakcie – syntéza hélia a ťažších prvkov



Prierez vyvinutej hviezdy (červeného obra) na konci reťazca termonukleárnych syntéz vedúcich až k vzniku železného jadra.

# Termonukleárne reakcie – syntéza ťažších prvkov ako železo

Ťažšie chemické prvky ako železo <sup>56</sup>Fe sa syntetizujú počas vzplanutia supernovy typu II.

Vzplanutie supernovy typu II, ktoré bolo pozorované čínskymi astronómami v roku 1054, a na mieste ktorého dnes pozorujeme Krabiu hmlovinu (Býk).

## Evolúcia hviezd

#### Vznik hviezd

- Hviezdy vznikajú z medzihviezdnych oblakov plynu a prachu.
- Oblaky v hydrostatickej rovnováhe ⇒ impulz na kolaps (vzplanutie supernovy, slapové . pôsobenie galaxie, žiarenie iných hviezd, ...)
- Jeansova hmotnosť udáva minimálnu hmotnosť plynno-prachového oblaku s koncentráciou *n* a teplotou *T* potrebnú na to, aby začal kolabovať:

 $M_J = 1.4 \times 10^4 \frac{T^{3/2}}{n^{1/2}} \,[\mathrm{M}_{\odot}]$ 

Pre okolie Slnka:  $n = 10^6$  častíc/m<sup>3</sup>, T = 50 K,  $M_J = 4 \times 10^3$  M<sub> $\odot$ </sub>  $\Rightarrow$  vzniká skupina hviezd.



Veľká hmlovina v Orióne je najbližšia oblasť k Zemi (1500 l.y.), kde sa aj v súčasnosti rodia nové hviezdy.

- Fragmentácia oblaku ak v oblaku existujú hustejšie oblasti (v dôsledku turbulencie), tieto môžu začať kolabovať samostatne.
- Fragmentačný limit:  $M \ge 0,007 \text{ M}_{\odot}$ . Limit na zapálenie TN reakcií  $M \ge 0,08 \text{ M}_{\odot}$ .
- Neadiabatický kolaps (δQ ≠ 0) ⇒ ochladzovanie oblaku IR žiarením prachu a molekúl.

Rotácia kolabujúcich oblakov  $\Rightarrow$  vznik protostelárnych (protoplanetárnych) diskov.









Detailné pozorovanie Veľkej hmloviny v Orióne (M42) pomocou HST odhalilo niekoľko desiatok zárodkov nových hviezd obklopených protostelárnymi diskami.



Galéria zárodkov nových hviezd obklopených protostelárnymi diskami vo Veľkej hmlovine v Orióne (M42).





Vznik hviezd je často sprevádzaný výtryskami hmoty (tzv. Herbigove a Harove objekty).

Čas kolapsu **t<sub>c</sub> závisí od počiatočnej hmotnosti M**:

Pre  $M = 1M_{\odot} t_{c} = 5 \times 10^{7}$  rokov,  $M = 5M_{\odot} t_{c} = 5.8 \times 10^{5}$  rokov,  $M = 15 M_{\odot} t_{c} = 6.2 \times 10^{4}$ rokov, no pre  $M = 0.5M_{\odot} t_{c} = 1.5 \times 10^{8}$  rokov.

 $t_C \propto \frac{1}{M^{3/2}R}$ 

Kolaps neprebieha rovnomerne, najrýchlejšie rastie hustota a teplota v jadre  $\Rightarrow$  jadro sa dostane do kvázi-stacionárneho stavu skôr ako obálka. Pád hmoty na jadro spôsobí šokovú vlnu, ktorá sa šíri od centra a zahrieva vonkajšie vrstvy.

Nárast teploty spôsobí disociáciu molekúl (≈ 2×10<sup>3</sup> K), neskôr ionizáciu atómov (≈ 2×10<sup>4</sup> K), na ktoré sa spotrebuje značné množstvo energie ⇒ zníženie teploty podporí kolaps.

Po istom čase sa kolaps zastaví. Objekt v hydrostatickej rovnováhe nazývame *protohviezda*.

Protohviezdy sa objavujú v HR diagrame ako chladné (<  $3 \times 10^3$  K) a svietivé objekty (pre  $M = 1M_{\odot} L \approx 200$  L  $_{\odot}$ )

- Protohviezda pomaly kontrahuje až kým sa nezbaví gravitačnej energie získanej počas kontrakcie ( $\Delta \langle E_{\rm g} \rangle = -\frac{1}{2} \Delta \langle E_{\rm p} \rangle$ ).
- Dôležitú úlohu pre pokračovanie procesu kontrakcie zohráva konvekcia.



- 1 Kontrakcia plynno-prachového oblaku sa zastaví, keď sa dosiahne hydrostatická rovnováha vzniká protohviezda.
  Protohohviezda sa v HR diagrame objavuje ako chladný svietivý objekt.
- 2 Keďže je protohviezda nepriehľadná pre žiarenie, prenos tepelnej energie, ktorá vzniká premenou gravitačnej energie počas pomalej kontrakcie, zabezpečuje konvekcia. Svietivosť klesá, povrchová teplota sa mení len málo.
- 3 S rastúcou vnútornou teplotou v centre protohviezdy vzniká a zväčšuje sa oblasť, kde sa energia prenáša žiarením.
  Povrchová teplota začne rásť a svietivosť tiež mierne rastie.
- 4 Po dosiahnutí teploty 8 × 10<sup>6</sup> K sa v centre hviezdy zapália termonukleárne reakcie syntézy vodíka na hélium.
  Miesto, kde sa hviezda objaví v HR diagrame sa označuje ako hlavná postupnosť nulového veku ZAMS (ang.).



Vývoj hviezd pred dosadnutím na hlavnú postupnosť nulového veku (ZAMS) závisí od ich hmotnosti. Zatiaľ čo málo hmotné hviezdy (≈ 0,5 M<sub>☉</sub>) sa vyvíjajú pomaly (≈ 150 miliónov rokov) a počas celého vývoja sú úplne konvektívne (v HR diagrame sa pohybujú vertikálne), hmotné hviezdy sa vyvíjajú omnoho rýchlejšie (3 M<sub>☉</sub> - 3 milióny rokov, 15 M<sub>☉</sub> - 60 000 rokov), konvekcia v nich veľmi rýchlo zanikne (v HR diagrame sa pohybujú horizontálne) a v ich vnútri sa energia prenáša žiarením (vľavo). Detailné numerické výpočty štruktúry hviezdy v jednotlivých časových okamihoch umožňuje sledovať zmenu polohy hviezdy (tzv. evolučnú stopu) v HR diagrame (vpravo).

84

## Evolúcia hviezd slnečnej hmotnosti



Okamih opustenia hlavnej postupnosti sa označuje ako TAMS (ang.) – hlavná postupnosť konečného veku.

## Evolúcia hviezd slnečnej hmotnosti



#### Presun do vetvy obrov

- prehlbovanie konvekcie
- prudký nárast svietivosti
- mierny pokles teploty
- 1,0  $\times$  10<sup>9</sup> rokov

#### Červený obor

- zapálenie TN He
- pokles svietivosti
- mierny nárast teploty
- $6 \times 10^8 \text{ rokov}$

#### Červený obor

- horenie He v jadre
- horenie H vo vrstve
- nárast svietivosti, mierny
  pokles teploty, 1,5× 10<sup>7</sup> rokov

#### Červený obor

- horenie He, H v jadre
- vznik C, O jadra
- maximálna svietivosť

Vývoj hviezdy slnečnej hmotnosti v HR diagrame.

## Evolúcia hviezd slnečnej hmotnosti



- po spotrebovaní zásob H, He kolaps jadra
- odhodenie obálky
- kolaps jadra zastaví až tlak degenerovaných elektrónov
- vzniká biely trpaslík
- vysoká teplota bieleho trpaslíka spôsobí emisiu žiarenia obálky – pozorujeme planetárnu hmlovinu
- rozpínajúca sa planetárna hmlovina prestane byť časom pozorovateľná
- zostane iba biely trpaslík, ktorý bude postupne chladnúť až sa z neho stane čierny trpaslík

Vývoj hviezdy slnečnej hmotnosti v HR diagrame.

# Planetárne hmloviny

Príklady planetárnych hmlovín: NGC 7293 – Slimák (vľavo hore), NGC 6543 - Mačacie oko (vpravo hore), NGC 2392 – Eskimák (vľavo dole) a IC 418 – Spirograf (vpravo dole).

## Evolúcia hviezd



- V jadrách hmotnejších hviezd pokračuje reťazec TN reakcií syntézou stále ťažších a ťažších prvkov a v tých najťažších vzniká železné jadro.
- Po spotrebovaní dostupného jadrového paliva reakcie ustanú, čo spôsobí kolaps.
- Kolaps jadra sa buď zastaví tlakom degenerovaných neutrónov – vzniká *neutrónová hviezda* alebo pokračuje donekonečna – vzniká čierna diera.
- Kolaps je sprevádzaný mohutnou explóziou– vzplanutím supernovy typu II.
- V menej hmotných hviezdach nikdy nedôjde k TN syntéze hélia.
- Po spotrebovaní dostupného jadrového paliva reakcie ustanú, nastane kolaps.
- Z jadra sa kolapsom stane *biely trpaslík*, obálka bude rozptýlená do priestoru.

Zatiaľ čo vo hviezdach slnečnej hmotnosti konvektívna zóna vytvára vonkajšiu obálku hviezdy, menej hmotné hviezdy sú počas celého života plne konvektívne. Hmotnejšie hviezdy majú konvektívne iba jadrá.

## Záverečné štádiá vývoja hviezd

- Po vyčerpaní všetkých dostupných zásob vnútornej energie hviezda prechádza do záverečného neaktívneho štádia.
  - Podľa toho, či je výsledný objekt v hydrostatickej rovnováhe alebo nie rozlišujeme 2 typy záverečných štádií: nerovnovážne (supernovy typu la, čierne diery),

rovnovážne (čierni trpaslíci a neutrónové hviezdy).

#### Čierni trpaslíci vznikajú z:

- *Hnedých trpaslíkov* objektov s M < 0,075 M<sub>☉</sub>, v ktorých teplota nikdy neprekročila hodnotu 8 × 10<sup>6</sup> K potrebnú na zapálenie TN syntéz vodíka na hélium.
- Vychladnutých héliových *bielych trpaslíkov*, ktoré vznikajú z hviezd s M < 0,5 M $_{\odot}$ , v ktorých teplota nikdy neprekročila hodnotu 10<sup>8</sup> K potrebnú na zapálenie TN syntéz hélia na ťažšie prvky.
- Vychladnutých uhlíkovo-kyslíkových *bielych trpaslíkov*, ktoré vznikajú z hviezd s  $M < 11 M_{\odot}$ , v ktorých teplota nikdy neprekročila hodnotu 10<sup>8</sup> K potrebnú na zapálenie TN syntéz kyslíka a uhlíka na ťažšie prvky.
- *Neutrónové hviezdy* a *čierne diery* vznikajú z hviezd s hmotnosťou  $M > 11 M_{\odot}$  počas vzplanutia supernovy typu II.
- Počas evolúcie hviezd dochádza k významnej strate hmotnosti (premenou na žiarenie, stratou hviezdnym vetrom, odhodením vonkajších obálok), preto hmotnosti záverečných štádií hviezdneho vývoja môžu byť podstatne menšie ako počiatočné hmotnosti hviezd, z ktorých vznikli.

# Záverečné štádiá vývoja hviezd



## Záverečné štádia evolúcie hviezd

- V čiernych trpaslíkoch a neutrónových hviezdach je hydrostatická rovnováha udržiavaná tlakom degenerovaného plynu.
- Pri veľmi vysokých hustotách sa v látke začnú uplatňovať kvantovo-mechanické efekty.
- V látke zloženej z fermiónov (častice s polo-číselným spinom napr. protóny, neutróny, elektróny, …), uplatnením sa *Pauliho vylučovacieho princípu* (v danom stave sa môže nachádzať iba jeden fermión) je pri vysokých hustotách možné, aby tzv. *Fermiho*. *energia* (udáva energiu fermiónu v najvyššom energetickom stave) bola väčšia ako tepelná energia tejto látky. Hovoríme, že látka je *degenerovaná*.
  - Stavová rovnica *degenerovaného plynu* sa podstatne odlišuje od stavovej rovnice ideálneho plynu takmer nezávisí od teploty a tlak rastie s hustotou:  $P \sim \rho^{5/3}$  pre v <<c a  $P \sim \rho^{4/3}$  pre v  $\approx$  c.
- Keďže tepelná energia závisí od teploty, degenerovaný stav látky nastáva pri danej hustote len pre teploty nižšie ako *teplota degenerácie*  $T_{de}$  ( $T < T_{de}$ ).
- Teplota degenerácie je nepriamo úmerná hmotnosti fermiónov. Z tohto dôvodu sa napr. v bielych trpaslíkoch elektróny správajú ako degenerovaný plyn (teplota bieleho trpaslíka je menšia ako teplota degenerácie pre elektróny), no ostatné častice sa správajú ako ideálny plyn (teplota bieleho trpaslíka je vyššia ako teplota degenerácie napr. pre protóny alebo neutróny).

- Čierni trpaslíci sú kompaktné (*R*≈R<sub>z</sub>) hmotné (*M*≈M<sub>☉</sub>) objekty, v ktorých je hydrostatická rovnováha udržiavaná gradientom tlaku degenerovaných elektrónov. Vznikajú ako výsledok evolúcie málo hmotných hviezd (*M*<11M<sub>☉</sub>). Keďže týchto je až 85%, väčšina hviezd vo vesmíre skončí ako čierni trpaslíci.
- Po svojom vzniku môžu byť veľmi horúci (≈10<sup>5</sup> K), preto ich označujeme ako *bieli trpaslíci*. Vzhľadom na veľkú vnútornú tepelnú energiu a malý povrch len veľmi pomaly chladnú – doteraz ešte žiadni bieli trpaslíci nedospeli do štádia čierneho trpaslíka.



Sírius B (vľavo, označený šípkou) bol objavený *Alvanom G. Clarkom* v roku 1862, no prítomnosť málo jasného sprievodcu Síria A predpovedal už v roku 1844 *Friedrich Bessel*. Porovnanie typického bieleho trpaslíka so Zemou (vpravo).

- Zatiaľ čo elektróny sa v WD správajú ako degenerovaný plyn, ostatná látka (kladne nabité zbytky atómov) sa správa ako ideálny plyn. Ako WB žiari, postupne chladne. Pri teplote  $T_{wd} \approx 6000$  K táto látka začne kryštalizovať.
- Spektrá WD sú charakterizované silným rozšírením spektrálnych čiar v dôsledku mohutného tlaku v tenkých atmosférach WD a veľmi silným gravitačným červeným posunom  $\Delta\lambda/\lambda \approx 10^{-4}$ .
- Tiež sa pozoruje veľmi výrazná polarizácia svetla, ktoré je dôsledkom prítomnosti silného magnetického poľa (10<sup>2</sup> 10<sup>4</sup> T, pre porovnanie magnetické pole Zeme má 25 65 μT).

- Prvý model odvodil *R. H. Fowler* v roku 1926. Ukázal, že polomer bieleho trpaslíka klesá s hmotnosťou ( $R \sim M^{-1/3}$ ).
- V roku 1928 S. Chandrasekhar ukázal, že pri vyšších hustotách sa plyn bude správať ako relativistický a pre  $M > M_{Ch} = 1,4$  M<sub> $\odot$ </sub> neexistuje stabilné riešenie a biely trpaslík kolabuje na neutrónovú hviezdu alebo čiernu dieru.



Diagram závislosti polomeru objektu zloženého z Fermiho plynu od hmotnosti. Pre relativistický Fermiho plyn existuje limitná hmotnosť, po prekročení ktorej neexistuje stabilné riešenie.

- V bielych trpaslíkoch (WD) sú veľmi "bezpečne" uložené produkty TN syntéz (nukleárny odpad, väčšinou C, O) na dezintegráciu WD by sme potrebovali energiu -*E*<sub>pot</sub>≈8×10<sup>43</sup> J, čo je energia ktorú vyžiari Slnko za 6,5 × 10<sup>9</sup> rokov.
- Napriek tomu existuje pomerne dobrá šanca na rozmetanie WD (pomer väzbovej a celkovej energie nie je veľký:  $-E_{pot}/M_{WD}c^2 \approx 4,4 \times 10^{-4}$ ). Stačí zapáliť TN syntézy C a O a uvoľnená energia je dostatočná na prekonanie gravitačnej väzby. Práve toto sa deje pri vzplanutí *supernov typu la*.
- Progenitormi týchto vzplanutí sú interagujúce dvojhviezdy zložené z (kyslíkovo uhlíkového) WD, na ktorého je prenášaná látka z blízkeho hviezdneho sprievodcu, zvyčajne červeného obra.
  - Keď sa hmotnotnosť WD priblíži k *Chandrasekharovej limitnej hodnote* (1,4 M<sub> $\odot$ </sub>), tlak degenerovaných elektrónov už nie je schopný zabrániť kolapsu. Teplota i hustota stúpnu a zapália sa TN reakcie uhlíka. Behom niekoľkých sekúnd sa reakcia rozhorí v značnej časti WD (uhlíková detonácia), pričom uvoľnená energia (1 - 2 × 10<sup>44</sup> J) je schopná rozmetať WD.
  - WD sú súčasťou aj ďalších typov dvojhviezd, v ktorých interakcia zložiek (prenos hmoty) vedie k zaujímavým prejavom aktivity (vzplanutia nov).

## Kataklizmatické premenné hviezdy (CVs)

- CVs sú tesné sústavy zložené z bieleho trpaslíka (WD) a červenej hviezdy hlavnej postupnosti (spektrálny typ M alebo K), ktorá vypĺňa objem svojho vnútorného Rocheho laloka a prenáša látku do okolia WD.
- Na základe veľkosti magnetického poľa WD táto látka buď vytvára akréčny disk alebo sleduje magnetické siločiary a dopadá na povrch WD (mCVs - polary a intermediálne polary (IPs)).
- V IPs magnetické pole WD (10<sup>2</sup> 10<sup>3</sup> T) nie je dostatočne silné na to, aby úplne zabránilo vzniku akréčneho disku, iba naruší jeho vnútornú časť a akréčny prúd je následne vedený smerom k magnetickým pólom a k povrchu WD.



Model polaru (vľavo) a intermediálneho polaru (vpravo).

Neutrónové hviezdy (NS) sú objekty v hydrostatickej rovnováhe, ktoré sú zložené prevažne z neutrónov.

Ak kolabuje jadro hmotnej hviezdy ( $M > 11 M_{\odot}$ ), gradient tlaku degenerovaných elektrónov nedokáže kolaps zastaviť. Pri hustotách  $10^{10} - 10^{14}$  kg m<sup>-3</sup> je energeticky výhodnejšie "upratať" elektróny do protónov, dochádza k neutronizácii látky (inverzným  $\beta$  rozpadom):

$$p^+ + e^- \rightarrow n^0 + v$$

Ako klesá koncentrácia elektrónov, klesá tlak a látka je pomerne dobre stlačiteľná. Kolaps zastaví až gradient tlaku degenerovaných neutrónov.

Typická NS je objekt s hmotnosťou  $M_{\rm NS} \approx 1,4-3,2$  M<sub> $\odot$ </sub> a polomerom  $R_{\rm NS} \approx 10-18$  km. Stredná hustota dosahuje hodnoty  $3,7-5,9 \times 10^{17}$  kg m<sup>-3</sup> (hustota v atómových jadrách), no v jadrách NS môže dosahovať hodnoty aj  $10^{18}$  kg m<sup>-3</sup>.

Väzbová energia NS je 1,8 - 2;5×10<sup>46</sup> J, čo je energia ktorú vyžiari Slnko za 3 bilióny rokov. Gravitačný červený posun NS je  $\Delta\lambda / \lambda \approx 0,13 - 0,30$ .

V dôsledku zákona zachovania momentu hybnosti počas kolapsu sa NS roztáčajú na veľmi vysoké rotačné rýchlosti, často až k medze stability, ktorá zodpovedá rotačnej perióde  $P_{\rm rot} \approx 3 - 8 \times 10^{-4}$  s. Postupom času sa však rotácia spomaľuje.

Počas kolapsu sa tiež zvyšuje indukcia magnetického poľa až na hodnotu 10<sup>8</sup> T (pri tzv. *magnetaroch* až na 10<sup>10</sup> T).

- Aj keď teoreticky NS predpovedal už v 30. rokoch 20. storočia *L. D. Landau*, dlho nebolo jasné, ako by sa dali pozorovať. Po svojom vzniku by síce mali byť veľmi horúce (≈10<sup>6</sup> K), no vzhľadom na malý povrch je ich celková svietivosť porovnateľná so Slnkom. Navyše je väčšina energie vyžiarená v mäkkej röntgenovej oblasti.
- Mladá NS sa však môže prejaviť interakciou svojho silného magnetického poľa (skloneného k rotačnej osi) s okolitou látkou emisiou tzv. *synchrotrónového žiarenia* (prevažne v rádiovej oblasti). Toto žiarenie je silne kolimované. Ak sa pozorovateľ nachádza v osi vyžarovacích kužeľov, bude pozorovať krátke *impulzy* žiarenia.



Majákový model vyžarovania rýchlo rotujúcej NS.

- Prvé 4 pulzujúce rádiové zdroje objavili v roku 1968 *J. Bellová* a *A. Hewish*. Ešte v tom istom roku *T. Gold* správne vysvetlil povahu týchto objektov, ako rýchlo rotujúcich NS so silným dipólovým magnetickým poľom, ktorého os zviera s rotačnou osou nenulový uhol. Dnes poznáme vyše 1000 pulzarov s pulzačnými (rotačnými) periódami od 1,56 ms do 4,3 s. Rotačné periódy sa časom predlžujú ako dôsledok straty momentu hybnosti NS interakciou magnetického poľa NS s elektricky nabitými časticami v jej okolí. Pozorujeme aj sústavy zložené z dvoch NS. Napr. relativistický binárny pulzar PSR 1913+16, ktorý v roku 1974 objavili a popísali *A. Hulse* a *Joseph H. Taylor* (Nobelova
- cena za fyziku v roku 1993 za dôkaz emisie gravitačných vĺn).



Blízke okolie pulzaru Krab (jasný bod na fotografii vľavo zachytenej pomocou röntgenového ďalekohľadu Chandra) a Krabia hmlovina (vpravo), v ktorej sa tento pulzar nachádza. Vznik pulzaru bol pozorovaný ako vzplanutie supernovy v roku 1054.

۲

- Model štandardnej NS:
  - Atmosféra ( $h \approx 10$  mm).
  - Vonkajšia kôra (prevažujú degenerované elektróny,  $h \approx 100$  m).
  - Rozhranie (ukotvenie supertekutých kvantových vírov).
  - Vnútorná kôra (neutrónová supertekutina,  $h \approx 1$  km).
  - Jadro (supertekuté neutróny, zbytky jadier, protóny ultra-relativistické degenerované elektróny,  $r \approx 10$  km,  $\rho \approx 10^{17}$  kg m<sup>-3</sup>). Pre veľmi hmotné NS, v ktorých centre hustota prekračuje  $10^{18}$  kg m<sup>-3</sup> v jadre nachádzame *hypotetické jadierko* (priemer pár kilometrov) z tzv. kvark-gluónovej plazmy.

Pri výpočte modelov NS narážame na viacero problémov: nepoznáme priebeh stavovej rovnice (priebeh jadrových síl, vznik nových častíc) pri vysokých hustotách a tiež je potrebné zobrať do úvahy efekty VTR - všeobecnej teórie relativity (zakrivenie časopriestoru, gravitačné účinky tlaku, ...).

Efekty VTR spôsobujú, že nemôže existovať NS s ľubovoľnou hmotnosťou. Pre  $M > M_{LOV}$ , kde  $M_{LOV}$  je Landauova-Oppenheimerova-Volkoffovova medzná hmotnosť, neexistuje stabilné riešenie a NS kolabuje za vzniku čiernej diery. Väčšina odhadov limitnej hmotnosti NS sa nachádza v intervale 1,4 – 2,7 M<sub> $\odot$ </sub>.

Pri danej hmotnosti sú to najsilnejšie gravitačne viazané telesá.

Vznikajú z hviezd s veľmi vysokou počiatočnou hmotnosťou (30-50 M<sub>☉</sub>). Po spotrebovaní všetkých dostupných zásob TN paliva sa jadro takýchto hviezd zrúti. Ak hmotnosť kolabujúceho jadra prevýši *M*<sub>LOV</sub>, kolaps už nedokáže nič zastaviť. Stabilné riešenie neexistuje, vzniká *čierna diera* (BH).

Prvý, kto študoval otázku existencie objektov, z ktorých je úniková rýchlosť vyššia ako rýchlosť svetla vo vákuu (v rámci Newtonovej teórie gravitácie) bol *J. Mitchel* (1784).

Realistický výpočet v rámci VTR uverejnil v roku 1916 *K. Schwarzschild* (nerotujúca nenabitá BH). Model rotujúcej BH vytvoril *R. Kerr* (1963). Ďalšie významné práce o vlastnostiach BH publikovali najmä *S. Chandrasekhar, J. A. Wheeler* (zaviedol pojem čierna diera), *J. B. Zeldovič, R. Penrose* a *S. W. Hawking* (vyparovanie BH).

Nerotujúcu nenabitú BH popisuje Schwarzschildovo riešenie, v ktorom rozhodujúcim pojmom je Schwarzschildov (gravitačný) polomer telesa:

 $R_{\rm S} = 2\,{\rm G}M/{\rm c}^2 = 2.7~(M/{\rm M}_{\odot})$  [km]

Sférická plocha s polomerom  $R_s$  sa nazýva *horizont udalostí* (úniková rýchlosť  $v_u$  = c). Pre telesá s  $R < R_s$  neexistuje stabilné riešenie, telesá sa nutne zrútia a vytvoria BH.

Gravitačné pole zakrivuje časopriestor a čím bližšie sa nachádzame k horizontu udalostí, tým sú efekty VTR výraznejšie. Vzdialený pozorovateľ uvidí, že čím bližšie sa nachádzame k horizontu udalostí, tým napr. pomalšie plynie čas alebo sa predlžuje vlnová dĺžka, resp. spomaľuje frekvencia vysielaného žiarenia:

$$' / v = (1 - R_{\rm s} / r)^{1/2}$$

Pre  $r \rightarrow R_{\rm s}$ , čas sa zastaví,  $v \rightarrow 0$  a nastáva nekonečný červený posun.

- Ak pozorujeme kolaps telesa z veľkej diaľky, kolaps sa pre nás neustále spomaľuje a pre  $r \rightarrow R_s$  sa úplne zastaví, "zmrzne" na horizonte udalostí. Súčasne červený posun narastie nad všetky medze a teleso prestane byť pozorovateľné.
- Vo vlastnom čase sa však teleso zrúti a vytvorí BH za konečný čas (typicky 10<sup>-5</sup>s). Za konečný čas tiež dosiahne nulový polomer, zrúti sa do bodu, tzv. *singularity*. <u>Vlastnosti</u> BH popisujú teorémy:
  - *Teoréma kozmickej cenzúry*: Neexistujú nahé singularity (všetky sú skryté pod horizontom udalostí).
    - *Teoréma čierna diera nemá vlasy*: BH popisujú len tri parametre: hmotnosť, moment hybnosti a celkový náboj.

- Rotujúca BH má zložitejšiu štruktúru. Jej horizont udalostí je menší a je obklopený tzv. plochou *nekonečného červeného posunu*. Pod touto plochou je strhávanie časopriestoru rotujúcou BH tak veľké, že pre teleso je nemožné zotrvať v pokoji.
- Priestor medzi týmito plochami sa nazýva *ergosféra*, odkiaľ možno tzv. *Penrosovým mechanizmom* čerpať energiu (zodpovedá až 29% pôvodnej hmotnosti rotujúcej BH).



V súčasnom vesmíre sa do fázy BH dostávajú telesá s hviezdnou hmotnosťou alebo podstatne hmotnejšie objekty ( $10^6 - 10^8 M_{\odot}$ ), ktoré vznikajú kolapsom hmoty v centrách guľových hviezdokôp alebo galaxií (tzv. *supermasívne čierne diery*).

Keďže BH sa priamo pozorovať nedá, jej prítomnosť vieme dokázať iba nepriamo, na základe jej gravitačných účinkov na hmotu nachádzajúcu sa v jej okolí (hviezdny sprievodca v binárnych sústavách, akréčne disky, výtrysky hmoty, …).



Schéma röntgenovej dvojhviezdy Cyg X-1 (vľavo). Okolo normálnej zložky v podobe modrého nadobra obieha neviditeľný sprievodca s obežnou dobou 5,6 dňa. Prenosom látky vzniká okolo tohto kompaktného sprievodcu akréčny disk, ktorého vnútorná oblasť je v dôsledku vysokej teploty zdrojom röntgenového žiarenia. Magnetické pole akréčneho disku v okolí BH môže spôsobiť vznik výtryskov hmoty (vpravo).

Ak sa hviezda dostane príliš blízko BH, slapové sily ju roztrhajú a jej hmota vytvorí v okolí BH akréčny disk. V dôsledku viskozity v disku sa hmota postupne dostáva čoraz bližšie k horizontu udalostí. Zároveň sa zahrieva na veľmi vysoké teploty a žiari v röntgenovej oblasti spektra. Nakoniec hmota nenávratne skončí pod horizontom udalostí.



Supermasívnu čiernu dieru v centre galaxie NGC 7052 "prezradil" akrěčny disk hmoty, ktorá okolo nej krúži. Na základe pozorovaní rýchlosti hmoty v tomto disku vieme určiť hmotnosť telesa, ktoré jej pohyb spôsobilo.



Supermasívna čierna diera v centre galaxie NGC 4261 sa prejavuje nielen prítomnosťou akréčneho disku hmoty (vpravo), ale aj výtryskami hmoty, ktoré sú viditeľné hlavne v infračervenej oblasti spektra (na fotografii galaxie vľavo).
#### Čierne diery

- *S. W. Hawking* prišiel s myšlienkou, že aj BH môžu "žiarit". Je založená na predstave fyzikálneho vákua ako oceánu virtuálnych párov častíc a antičastíc, ktoré neustále vznikajú a zanikajú, pričom porušenie zákona zachovania energie sa deje len v rámci *Heisenbergovho princípu neurčitosti*.
- Ak ku vzniku páru dôjde tesne nad horizontom udalostí BH, jeden člen virtuálneho páru môže skončiť pod horizontom udalostí, pričom do BH vnesie negatívnu energiu. Hmotnosť BH sa zníži, dochádza k tzv. *kvantovému vyparovaniu* BH. Druhý člen páru môže uniknúť a stane sa z neho reálna častica.
- Vyparovanie je veľmi pomalý proces a čas úplného vyparenia BH závisí od jej hmotnosti:

 $=\frac{5120\pi G^2 M^3}{\hbar c^4}$ 

Pre  $M = 1 M_{\odot}$ ,  $t_{ev} = 2,1 \times 10^{67}$  rokov.



Virtuálne páry častíc a antičastíc nad horizontom udalostí (šedá plocha) čiernej diery.

Štruktúra a evolúcia vesmíru

#### Štruktúra hmoty vo vesmíre

Hmota má tendenciu zoskupovať sa do väčších štruktúr ⇒ hierarchické usporiadanie.
 Hviezdy, dvojhviezdy, viacnásobné hviezdne sústavy (M ≈ 0,1 – 10<sup>2</sup> M<sub>☉</sub>).
 Hviezdne asociácie, otvorené hviezdokopy (M ≈ 10 – 10<sup>4</sup> M<sub>☉</sub>, φ ≈ 1 – 10 pc, N ≈ 10<sup>4</sup> – 10<sup>5</sup>).
 Guľové hviezdokopy (M ≈ 10<sup>5</sup> – 10<sup>6</sup> M<sub>☉</sub>, φ ≈ 10 – 10<sup>2</sup> pc, n ≈ 10<sup>2</sup> – 10<sup>3</sup> hviezd/pc<sup>3</sup>, N ≈ 10<sup>2</sup>).

Otvorená hviezdokopa M45 Plejády (vľavo) a guľová hviezdokopa M13 (vpravo).

#### Galaxie

- Hviezdy, dvojhviezdy, viacnásobné hviezdne sústavy ( $M \approx 1 10^2 M_{\odot}$ ).
- Hviezdne asociácie, otvorené hviezdokopy ( $M \approx 10 10^4 \text{ M}_{\odot}$ ,  $\phi \approx 1 10 \text{ pc}$ ,  $N \approx 10^4 10^5$ ).
- Gulové hviezdokopy ( $M \approx 10^5 10^6 M_{\odot}, \phi \approx 10 10^2 \text{ pc}, n \approx 10^2 10^3 \text{ hviezd/pc}^3, N \approx 10^2$ ): Galaxie ( $M \approx 10^7 - 10^{13} M_{\odot}, \phi \approx 10^3 - 10^5 \text{ pc}, N \approx 10^{11}$ ).

- Pomenovanie Galaxia pochádza z gréckeho γαλαξίας mliečny a odkazuje na svetlý pás, ktorý sa ťahá hviezdnou oblohou - Mliečnu cestu.
- Prvý, kto sa pokúšal vysvetliť povahu Galaxie bol *Galileo Galilei* (1564 1642). Pomocou ďalekohľadu v Mliečnej ceste odhalil tisíce hviezd.
- William Herschel (1738 1822) v roku 1780 odvodil tvar Galaxie, pričom predpokladal, že Slnko sa nachádza v jej strede.
- Immanuel Kant (1724 1804) vo svojom filozofickom diele uvažuje, že takýchto vesmírnych ostrovov je vo vesmíre nekonečne veľa.



- Na základe hviezdnej štatistiky *Jacobus Kapteyn* (1851 -1922) odvodil začiatkom 20. storočia tvar Galaxie (plochý elipsoidný útvar s priemerom 17 kpc, hrúbkou 3 kpc, pričom Slnko sa nenachádza v strede Galaxie).
- V roku 1920 sa odohrala *Veľká debata* (26.4. 1920, Smithsonian Museum of Natural History) o povahe špirálových hmlovín a veľkosti vesmíru medzi *Harlowom Shapleym* (1885 1972) **a** *Heberom Curtisom* (1872 1942).
- Až keď *Henrieta Swan Leavittová* (1868 1921) odvodila vzťah perióda svietivosť pre Cefeidy, získali astronómovia silný nástroj na meranie vzdialeností extragalaktických objektov.
- *Edwin P. Hubble* (1889 1953) meraním vzdialeností pomocou Cefeid definitívne ukázal, že niektoré špirálové "hmloviny" (M31, M33) sú v skutočnosti vzdialené galaxie.



Tvar Galaxie podľa Williama Herschela (vľavo) a podľa Jacobusa Kapteyna s vyznačenou polohou Slnka (vpravo).

~3 kpc

- Galaxia je gravitačne viazaný systém pozostávajúci z planét, hviezd (vo všetkých evolučných fázach, od protohviezd po záverečné evolučné štádiá), medzihviezdneho plynu a prachu (rozptýleného alebo viazaného v hmlovinách), ako aj tmavej hmoty (viď ďalej). Celková hmotnosť sa odhaduje na  $M \approx 10^{12} \,\mathrm{M_{\odot}}$ .
- Galaxia obsahuje asi 400 miliárd hviezd. Hviezdy v rámci Galaxie môžu vytvárať menšie gravitačne viazané sústavy (dvojhviezdy, asociácie, hviezdokopy) a môžu mať vlastné planetárne systémy (počet planét sa odhaduje rovnaký ako počet hviezd).
- Galaxia je plochý, diskovitý útvar s priemerom 31 – 37 kpc a hrúbkou len okolo 0,3 kpc. Slnko sa nachádza 8,3 kpc od stredu Galaxie.

- Galaxia pozostáva z *centrálnej vydutiny* (1) v tvare podlhovastej priečky, v ktorej sa nachádza jadro Galaxie so supermasívnou čiernou dierou s hmotnosťou  $\approx 4 \times 10^6 M_{\odot}$ . Na centrálnu vydutinu nadväzuje *galaktický disk* (2), plochý útvar so špirálovými ramenami, v ktorých sa nachádzajú hlavne mladé hviezdy a oblaky plynu a prachu.
- Galaktický disk je ponorený do takmer sférického galaktického hala (3), ktoré obsahuje hlavne staré hviezdy a guľové hviezdokopy.
  - Celá Galaxia je ešte ponorená do hala tmavej hmoty, ktoré obsahuje väčšinu jej hmoty.

Galaxia (okrem vydutiny) nerotuje ako tuhé teleso (tzv. diferenciálna rotácia). Slnku trvá jeden obeh okolo centra Galaxie asi 240 miliónov rokov.



Pohľad na centrálnu oblasť Galaxie s vyznačenou polohou supermasívnej čiernej diery (vľavo). Séria snímok, ktoré zachytávajú "v priamom prenose" slapové pôsobenie supermasívnej čiernej diery na plynno-prachový mrak, ktorý sa dostal do jej blízkosti (vpravo).

#### Galaxie

Galaxia sa líšia svojou veľkosťou a hmotnosťou (od trpasličích M≈10<sup>7</sup> M<sub>☉</sub> až po obrie M≈10<sup>13</sup> M<sub>☉</sub>), ako aj svojím tvarom (eliptické, špirálové, špirálové s priečkou, šošovkové a nepravidelné). Klasifikáciu galaxií podľa morfológie zaviedoľ *E. P. Hubble*.



Klasifikácia galaxií. Eliptické galaxie sa ďalej delia podľa miery sploštenosti (EO – E7). Špirálové a špirálové s priečkou sa ďalej delia podľa veľkosti centrálnej oblasti a uzavretosti špirál (Sa – Sb –Sc, SBa – SBb – SBc). Šošovkové galaxie predstavujú prechodový typ medzi eliptickými a špirálovými.



Galaxie rôznych typov: špirálová galaxia M31 (vľavo hore), špirálová galaxia M104 – Sombrero (vpravo hore), eliptická galaxia NGC 1132 (vľavo dole) a špirálová galaxia s priečkou NGC 1300 (vpravo dole).

#### Skupiny galaxií

- Hmota má tendenciu zoskupovať sa do väčších štruktúr ⇒ hierarchické usporiadanie.
- Hviezdy, dvojhviezdy, viącnásobné hviezdne sústavy ( $M \approx 1 10^2 M_{\odot}$ )
- Hviezdne asociácie; otvorené hviezdokopy ( $M \approx 10 10^4 \text{ M}_{\odot}$ ,  $\phi \approx 1 10 \text{ pc}$ ,  $N \approx 10^4 10^5$ ).
- Gulové hviezdokopy ( $M \approx 10^5 10^6 M_{\odot}$ ,  $\phi \approx 10 10^2 \text{ pc}$ ,  $n \approx 10^2 10^3 \text{ hviezd/pc}^3$ ,  $N \approx 10^2$ ). Galaxie ( $M \approx 10^6 - 10^{13} M_{\odot}$ ,  $\phi \approx 10^3 - 10^5 \text{ pc}$ ,  $N \approx 10^{11}$ ).
- Skupiny galaxií ( $M \approx 10^{12} 10^{13} M_{\odot}$ ,  $\phi \approx 10^{6}$  pc,  $N \approx 10$  galaxií).
  - Miestna skupina galaxií: ( $M \approx 5 \times 10^{12} \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 10^{6} \text{ pc}, N \approx 54, \odot$ Galaxia, M31, LMC, SMC, ...).

Veľký Magellanov mrak (vľavo) a Malý Magellanov mrak (vpravo) sú nepravidelné galaxie, ktoré patria do Miestnej skupiny galaxií.

#### Miestna skupina galaxií



#### Kopy galaxií

- Hmota má tendenciu zoskupovať sa do väčších štruktúr $\Rightarrow$  hierarchické usporiadanie.
- Hviezdy, dvojhviezdy, viącnasobné hviezdne sústavy ( $M \approx 1 10^2 M_{\odot}$ )
- Hviezdne asociácie; otvorené hviezdokopy ( $M \approx 10 10^4 \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 1 10 \text{ pc}, N \approx 10^4 10^5$ ).
- Guľové hviezdokopy ( $M \approx 10^5 10^6 \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 10 10^2 \text{ pc}, n \approx 10^2 10^3 \text{ hviezd/pc}^3, N \approx 10^2$ ).
- Galaxie ( $M \approx 10^6 10^{13} \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 10^3 10^5 \text{ pc}, N \approx 10^{11}$ )
- Skupiny galaxií ( $M \approx 10^{12} 10^{13} M_{\odot}$ ,  $\phi \approx 10^{6}$  pc,  $N \approx 10$  galaxií).
- Kopy galaxií ( $M \approx 10^{15} \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 10^7 \text{ pc}, N \approx 10^3 \text{ galaxií}$ ).
  - Kopa galaxií v Panne ( $M \approx 1,2 \times 10^{15} \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 2,2 \text{ Mpc}, N \approx 2500$ )

Kopa galaxií v Panne. Všetky objekty na snímke sú galaxie. Hviezdy našej Galaxie sú prekryté čiernymi kotúčikmi.

#### Kopy galaxií

- Hmota má tendenciu zoskupovať sa do väčších štruktúr  $\Rightarrow$  hierarchické usporiadanie.
- Hviezdy, dvojhviezdy, viacnásobné hviezdne sústavy ( $M pprox 1 10^2 M_{\odot}$ )
- Hviezdne asociácie, otvorené hviezdokopy ( $M \approx 10 10^4 \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 1 10 \text{ pc}, N \approx 10^4 10^5$ ).
- Guľové hviezdokopy ( $M \approx 10^5 10^6 M_{\odot}, \phi \approx 10 10^2 \text{ pc}, n \approx 10^2 10^3 \text{ hviezd/pc}^3, N \approx 10^2$ ). Galaxie ( $M \approx 10^6 - 10^{13} M_{\odot}, \phi \approx 10^3 - 10^5 \text{ pc}, N \approx 10^{11}$ ).
- Skupiny galaxií ( $M \approx 10^{12} 10^{13} M_{\odot}$ ,  $\phi \approx 10^{6}$  pc,  $N \approx 10$  galaxií).
- Kopy galaxií ( $M \approx 10^{15} \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 10^7 \text{ pc}, N \approx 10^3 \text{ galaxií}$ ).
  - Kopa galaxií v Panne ( $M \approx 1,2 \times 10^{15} \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 2,2 \text{ Mpc}, N \approx 2500$ )
  - Zrážky galaxií, galaktický kanibalizmus, intergalaktická hmota, tmavá hmota.



Zrážky galaxií



Pestrá paleta príkladov interakcií (zrážok) galaxií v bohatých kopách galaxií.

Intergalaktická hmota

Značná časť hmoty kôp galaxií je rozptýlená v podobe extrémne riedkeho a horúceho plynu. Mozaika snímky kôp galaxií Abell 222 a Abell 223 vo viditeľnej oblasti a snímky intergalaktickej hmoty, do ktorej sú tieto dve kopy galaxií ponorené, získanej pomocou röntgenového ďalekohľadu XMM-Newton.

#### Tmavá hmota

- Na "chýbajúce" hviezdy upozornili *Jan Oort* (1932) na základe pohybu hviezd v Galaxii a *Fritz Zwicky* (1933) na základe pohybu galaxií v kopách galaxií za predpokladu Newtonovej dynamiky.
- Na rozdiel od viditeľnej hmoty ju nie je možné pozorovať priamo (neemituje, resp. neabsorbuje elektromagnetické žiarenie). Prejavuje sa nepriamo, gravitačnými účinkami na viditeľnú hmotu, žiarenie, veľkoškálovú štruktúru vesmíru.
- Podľa zistení *sondy Planck* tvorí až 84,5% všetkej hmoty alebo 26,8% všetkej hmotyenergie vo vesmíre.



Krivku rotačných rýchlostí hviezd v galaxii nedokáže popísať model, ktorý zahŕňa len viditeľnú hmotu disku a vydutiny galaxie. Realistický popis pozorovaní dostaneme až doplnením modelu o rozsiahle halo tmavej hmoty, do ktorej je galaxia ponorená.

#### Tmavá hmota - modely

- Horúca tmavá hmota (v pprox c) napr. neutrína, …, vznik štruktúr "zhora-dole"
- Teplá tmavá hmota (v  $\leq$  c) napr. axiony, ...
  - pohybujú sa príliš rýchlo na to, aby dokázali vysvetliť pozorovania ("neviažu" sa na hmotu, nedokážu vysvetliť rotačné krivky galaxií, resp. distribúciu rýchlostí v kopách galaxií, nedokážu sa spájať na malých škálach).
  - Chladná tmavá hmota (v << c) vznik štruktúr "zdola-hore"
    - Baryonická (protóny, neutróny, elektróny) viazané v slabo svietivých objektoch (napr. planéty, hnedí trpaslíci, neutrónové hviezdy). Viacero projektov na hľadanie (napr. MACHO Massive Astrophysical Compact Halo Object), no podľa nukleogenézy tvorí iba malú časť (4,9 %) všetkej hmoty-energie vo vesmíre.
      Nebaryonická (WIMP Weakly Interacting Massive Particles, napr. neutralína (z teórie supersymetrie), hmotnosti 10 10 000 GeV/c<sup>2</sup> (pre porovnanie: protón 938.2 MeV/c<sup>2</sup> a neutríno 0,3 eV/c<sup>2</sup>).

Tmavá hmota

Účinným nástrojom na výskum rozloženia tmavej hmoty je efekt gravitačnej šošovky. Dráha svetla sa v blízkosti hmotných objektov zakrivuje (podľa VTR sa pohybuje v zakrivenom

časopriestore), čo vedie k podobnému efektu ako po prechode svetla objektívom.

Tmavá hmota



tmavá hmota

#### viditeľná (barionická) hmota

Rozloženie viditeľnej (priame pozorovanie) a tmavej hmoty (rekonštrukcia na základe efektu gravitačnej šošovky) vo vesmíre je podobné – viditeľná hmota sa zoskupuje tam, kde sa nachádza tmavá hmota. Situácia s hmotou vo vesmíre pripomína ľadovec plávajúci na mori – len malá časť hmoty je pozorovateľná, väčšina je pred priamym pozorovaním skrytá.

#### Nadkopy galaxii

Hmota má tendenciu zoskupovať sa do väčších štruktúr  $\Rightarrow$  hierarchické usporiadanie. \* Hviezdy, dvojhviezdy, viacnásobné hviezdne sústavy ( $M \approx 1 - 10^2 \text{ M}_{\odot}$ ) Hviezdne asociácie, otvorené hviezdokopy ( $M \approx 10 - 10^4 \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 1 - 10 \text{ pc}, N \approx 10^4 - 10^5$ ). Guľové hviezdokopy ( $M \approx 10^5 - 10^6 M_{\odot}$ ,  $\phi \approx 10 - 10^2 \text{ pc}$ ,  $n \approx 10^2 - 10^3 \text{ hviezd/pc}^3$ ,  $N \approx 10^2$ ). Galaxie ( $M \approx 10^6 - 10^{13} \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 10^3 - 10^5 \text{ pc}, N \approx 10^{11}$ ) \* Skupiny galaxií ( $M \approx 10^{12} - 10^{13} \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 10^{6} \text{ pc}, N \approx 10 \text{ galaxií}$ ). . \* Kopy galaxií ( $M \approx 10^{15} \text{ M}_{\odot}, \phi \approx 10^7 \text{ pc}, N \approx 10^3 \text{ galaxií}$ ). Nadkopy galaxií ( $M \approx 10^{15} - 10^{17} M_{\odot}$ ,  $\phi \approx 10^8$  pc,  $N \approx 10^2$  kôp galaxií,  $N \approx 10^5$  galaxií) 2. rád klastrovania, 90% galaxií patrí do kôp alebo nadkôp galaxií. Ploché alebo natiahnuté útvary s prázdnymi priestormi medzi nimi. Miestna nadkopa galaxií – plochý elipsoidálny útvar ( $\phi \approx 15$  Mpc,  $h \approx 1$  Mpc, .  $M \approx 10^{16} \text{ M}_{\odot}$ , 50 000 galaxií). Vytvárajú veľkoškálovú štruktúru vesmíru.

## Miestna nadkopa galaxií



Miestna nadkopa galaxií (alebo nadkopa galaxií v Panne), do ktorej patrí Miestna skupina galaxií, kopa galaxií v Panne a ďalšie skupiny (groups) a kopy (clusters) galaxií.

#### Miestna nadkopa galaxií



Miestna nadkopa galaxií spolu s ďalšími nadkopami galaxií (superclusters) vytvárajú hubovitú štruktúru, v ktorej sa kopy a nadkopy galaxií organizujú do stien jednotlivých buniek, pričom samotné bunky sú prázdne (voids).

#### Pozorovateľný vesmír



Miestna nadkopa galaxií (nadkopa galaxií v Panne) v rámci pozorovateľného vesmíru.

## Veľkoškálová štruktúra vesmíru



Rozloženie hmoty vo vesmíre pripomína hubovitú štruktúru. Video zachytáva polohu 250 000 galaxií do vzdialenosti asi 2 miliardy svetelných rokov získaných v rámci projektu Sloan Digital Sky Survey.

## Veľkoškálová štruktúra vesmíru



125 Mpc/h

*Millennium simulation*. Výsledky počítačovej simulácie, v ktorej bolo použitých viac ako 20 miliárd hmotných častíc v priestore v tvare kocky so stranou 2 miliardy svetelných rokov. Pomocou superpočítačov bolo možné sledovať vznik hubovitej štruktúry zloženej z asi 20 miliónov galaxií (vľavo), ako aj z tmavej hmoty (vpravo).

## Veľkoškálová štruktúra vesmíru



Simulácia vzniku hubovitej štruktúry z takmer homogénneho rozloženia hmoty (vľavo) a porovnanie veľkoškálovej štruktúry vesmíru zistenej na základe pozorovaní v rámci projektov *Sloan Digital Sky Survey* a 2dF Galaxy Redshift Survey a výsledku simulácie Millennium Simulation (vpravo).

#### Izotrópnosť a homogenita vesmíru

- Aj keď má hmota vo vesmíre tendenciu organizovať sa do štruktúr (galaxie, kopy galaxií, nadkopy galaxií), na dostatočne veľkých škálach (≈ 100 Mpc) možno považovať vesmír za homogénny a izotropný.
- Takáto štruktúra je konzistentná s *kozmologickým princípom*, teda s myšlienkou, že všetky miesta a všetky smery sú dokonale rovnocenné a neexistuje žiaden významný "stred" alebo počiatok (*M. Kopernik*).



Porovnanie izotropnej (vľavo hore), homogénnej (v strede hore) a izotropnej a súčasne homogénnej štruktúry (vpravo hore). Distribúcia galaxií vo vesmíre odvodená na základe pozorovaní projektu *Two-micron all-sky survey* (2MASS) potvrdzuje, že koncentrácia galaxií je na veľkých škálach všade rovnaká, vesmír je homogénny (vľavo dole). Pozorovania reliktového žiarenia pomocou *sondy Planck* potvrdzujú, že vesmír je s veľkou presnosťou izotropný (vpravo dole). 137

#### **Olbersov paradox**

Prečo je obloha prevažne tmavá? Pre statický, homogénny, nekonečný (večný) vesmír:  $F \sim N/r^2 \sim \rho V/r^2 \sim r^3/r^2 \sim r$ 

Pre  $r \to \infty$ ,  $F \to \infty$ 

Výsledok kvalitatívne nezmení ani započítanie absorpcie žiarenia medziľahlými hviezdami:  $F = \varepsilon$ 

T. Digges (1546 – 1595) – prepis Kopernikovho diela do AJ; v súlade s kozmologickým princípom nahradil predstavu sféry stálic, nekonečným množstvom hviezd v nekonečnom vesmíre; prvý upozorňuje na problém tmavej oblohy.

J. Kepler (1571 – 1630) – vysvetľuje paradox neplatnosťou kozmologického princípu (hviezdy sú iba v určitej časti vesmíru, ostatný priestor je prázdny; 1610).

*E. Halley* (1656 – 1742) – navrhol vysvetlenie, že svetlo vzdialených hviezd k nám nedospeje, lebo je príliš slabé (1720); nesprávne, tok žiarenia síce  $F \sim 1/r^2$ , no nikdy neklesne na nulu.

*H. Olbers* (1758 – 1840) – navrhol vysvetlenie, že svetlo vzdialených hviezd je pohltené medziľahlou medzihviezdnou hmotou (1823). Toto vysvetlenie vyvrátil *J. Herschel* (1848) argumentom, že žiarením nekonečného počtu hviezd by sa medzihviezdna hmota po čase zohriala a žiarila by tiež ako hviezdy.

#### **Olbersov paradox**

W. T. Kelvin (1824 – 1907) – vysvetlenie na základe konečnej veľkosti pozorovateľného vesmíru (platí pre konečný vek vesmíru a konečnú rýchlosť svetla).
 Správne vysvetlenie je založené na princípe "medze dohľadnosti" (*E. R. Harisson* 1964).
 Medza dohľadnosti I je daná stredným rozmerom hviezd a strednou vzdialenosťou medzi hviezdami (koncentráciou hviezd):

 $I = 1 / \pi R^2 \rho$ 

Pre  $R = 1 R_{\odot} = 7 \times 10^8 \text{ m}, \rho = 1 \text{ hv} / 10^9 \text{ ly}^3$ 

 $I = 6 \times 10^{22}$  l.y.

čo je mnohonásobne viac ako vzdialenosť, ktorú prejde žiarenie za dobu života hviezdy (10<sup>10</sup> l.y.). Tiež je to mnohonásobne viac ako polomer pozorovateľného vesmíru (75 ×  $10^9$ ).

Pozn. Súčasné pozorovania dávajú ešte nižšiu koncentráciu hviezd (1,4 hviezdy na 10<sup>11</sup> l.y.<sup>3</sup>, čo dáva strednú vzdialenosť medzi hviezdami 4150 l.y.).

Fotometrický paradox sa uplatňoval vo veľmi mladom vesmíre (do 380 000 rokov).

#### Gravitačný paradox

- *Isaac Newton* (1643 1727) odvodil všeobecný zákon gravitácie, podľa ktorého príťažlivá sila *F* medzi hmotnými telesami závisí od súčinu ich hmotností  $m_1$ ,  $m_2$  a klesá so štvorcom ich vzdialenosti *r*:  $\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$
- Príťažlivosť gravitačnej sily však narušuje silne vžitú predstavu *statického vesmíru*. Newton argumentuje, že v nekonečnom vesmíre naplnenom zruba rovnomerne rozloženou hmotou neexistuje "stred", kam by telesá mali "padať". Vesmír je statický. Ak však zoberieme telesá v istej konečnej sférickej oblasti, tieto pod vplyvom gravitácie kolabujú. Nezáleží na tom, koľko telies sa bude nachádzať mimo tejto oblasti, ich výsledné silové pôsobenie na telesá vo vybranej oblasti bude nulové, a teda nezmenia ich pohybový stav – kolaps v oblasti bude pokračovať. Minimálne v danej oblasti vesmír statický nie je.
- Rozpor predpovedí Newtonovej teórie gravitácie pre správanie sa nekonečného množstva látky je známy ako gravitačný paradox.

#### Relativistická kozmológia

- V roku 1905 Albert Einstein (1879 1955) vypracoval špeciálnu teóriu relativity, ktorá však platí iba v inerciálnych vzťažných sústavách. V roku 1916 rozširuje platnosť teórie relativity na všetky vzťažné sústavy, vzniká všeobecná teória relativity (VTR).
- Teória relativity definuje, že rýchlosť svetla vo vákuu je vo všetkých vzťažných sústavách rovnaká, čo spôsobuje zaujímavé javy (dilatácia času, kontrakcia dĺžky, ...).
- VTR prichádza s modelom časopriestoru (čas a priestor už nie sú oddelené, ale vytvárajú jednotné súcno), ktorý je pružný a zakrivuje sa v prítomnosti hmoty (energie). Geodetiky (najkratšie spojnice dvoch bodov, dráhy svetla) v zakrivených časopriestoroch už nie sú priamky, ale obecne krivky.
- Zakrivenie časopriestoru v dôsledku prítomnosti a pohybu hmoty (energie) popisujú *Einstenove rovnice (poľa)*:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

- kde  $G_{\mu\nu}$  je Einsteinov tenzor,  $R_{\mu\nu}$  Ricciho tenzor, R skalárna krivosť,  $g_{\mu\nu}$  metrický tenzor a  $T_{\mu\nu}$  tenzor energie-hybnosti. Tenzor energie-hybnosti  $T_{\mu\nu}$  popisuje rozloženie a pohyb hmoty (energie), ktorá spôsobí zakrivenie časopriestoru a hmota sa potom pohybuje v zakrivenom časopriestore popísanom metrickým tenzorom  $g_{\mu\nu}$ .
- VTR nahradzuje koncepciu pohybu telies v dôsledku gravitačného silového pôsobenia koncepciou pohybu telies v zakrivenom časopriestore.

#### Einsteinov kozmologický model

A. Einstein sa pokúsil aplikovať svoje rovnice na homogénny, izotropný a statický vesmír, no dostal riešenie iba pre úplne prázdny vesmír, čo je v rozpore z pozorovaním.
 A. Einstein preto doplnil svoje rovnice o tzv. kozmologický člen:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Kde Λ je *kozmologická konštanta* (nová, veľmi malá prírodná konštanta).

V takomto prípade dostáva *A. Einstein* netriviálne riešenie *statického vesmíru*, v ktorom gravitačné pôsobenie zakriví časopriestor tak, že priestor je uzavretý (je konečný, no nemá žiadne hranice) a popisuje ho tzv. *sférická geometria*.

Einsteinov vesmír si možno predstaviť ako štvorrozmerný hypervalec vložený do fiktívneho päťrozmerného priestoru, ktorého rezy predstavujú trojrozmerný priestor so sférickou geometriou a konštantným polomerom krivosti *a* vo všetkých časoch.



#### FLRW kozmologické modely

V roku 1922 *Alexander Fridman* odvodil (z Einsteinových rovníc poľa) rovnice pre popis homogénneho a izotropného vesmíru (bez predpokladu o dynamickom stave vesmíru).

$$H^{2} = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^{2} = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^{2}}{a^{2}} + \frac{\Lambda c^{2}}{3}$$
$$\dot{H} + H^{2} = \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^{2}}\right) + \frac{\Lambda c^{2}}{3}$$

kde *H* má význam *Hubblovej konštanty, a = a(t)* je škálovací faktor,  $\rho$  a *p* hustota a tlak hmoty (energie) a *k* charakterizuje krivosť priestoru. Rovnice boli odvodené pre tzv. *Fridmanovu-Lemaîtrovu-Robertsonovu-Walkerovu metriku* (skrátene FLRW metriku), a preto sa aj odvodené modely označujú ako tzv. *FLRW modely*.

Aj pre  $\Lambda = 0$  dostávame 3 modely v závislosti od hustoty hmoty-energie vo vesmíre v porovnaní s jej kritickou hodnotou  $\rho_c$ :

# $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$

Pomer hustoty ρ a jej kritickej hodnoty ρ<sub>c</sub> sa označuje ako *hustotný parameter* 

 $\Omega = \rho / \rho_c$ .

### FLRW kozmologické modely

Ak  $\Omega > 1$ , k = +1 - priestor má *sférickú* geometriu (je konečný, no neohraničený). Ak  $\Omega = 1$ , k = 0 - priestor má *plochú* (Euklidovu) geometriu (je nekonečný, neohraničený). Ak  $\Omega < 1$ , k = -1 - priestor má *hyperbolickú* geometriu (je nekonečný, neohraničený).



 $\Omega = 1$ 

Spoločnou vlastnosťou všetkých modelov je, že v čase *t = 0, a(t=0) = 0*. Všetky modely teda začínajú teoreticky v *singularite*. V okamihu *t = 0* začína existovať vesmír aj čas a priestor. Súborne sa takéto modely označujú ako *štandardný kozmologický model* alebo model *Veľkého tresku*.

 $\Omega < 1$
## FLRW kozmologické modely

- Ak  $\Omega > 1$ , k = +1, vesmír začína svoju existenciu v singularite. Rozpínanie sa postupne spomaľuje. Keď vesmír dosiahne maximálnu veľkosť  $a(t_{max}) = a_{max}$ , rozpínanie sa zastaví a bude nasledované kontrakciou. Vesmír opäť končí v singularite.
- Ak  $\Omega = 1$ , k = 0, vesmír začína svoju existenciu v singularite. Rozpínanie sa postupne spomaľuje, no zastaví sa až po uplynutí nekonečne dlhého času.
- Ak  $\Omega < 1$ , k = -1, vesmír začína svoju existenciu v singularite. Rozpínanie sa postupne spomaľuje, no nikdy sa zastaví.



Graf závislosti škálovacieho faktora od času (vľavo) a schematické znázornenie priebehu evolúcie vesmíru pre rôzne modely v závislosti od hodnoty hustotného parametra (vpravo).

145

#### FLRW kozmologické modely

Pre  $\Lambda = 0$  dostávame ešte pestrejšiu "záhradu" modelov.

Ak presunieme kozmologický člen na pravú stranu Einsteinových rovníc poľa, dostaneme:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu}$$

Aj úplne prázdny časopriestor ( $T_{\mu\nu} = 0$ ) bude zakrivený v dôsledku energie fyzikálneho vákua, čo možno interpretovať dodatočným silovým pôsobením, ktoré rastie so vzdialenosťou a je príťažlivé pre  $\Lambda < 0$  a odpudivé pre  $\Lambda > 0$ .

Záhrada kozmologických modelov: Pre A > 0 a  $\Omega \ge 1$  dostávame vesmír, ktorého rýchlosť expanzie sa najskôr spomaľuje, no po istom čase sa začne *zrýchľovať*.

O tom, ktorý model najlepšie popisuje náš vesmír musia rozhodnúť pozorovania!

 $\Lambda > \Lambda_E$ 

.emaitro



- Vesto M. Slipher (1875 1969) si ako prvý všimol, že spektrá väčšiny galaxií vykazujú červený posun, ktorý môže byť interpretovaný (pomocou Dopplerovho javu) ako dôsledok ich vzďaľovania sa od nás.
- *Edwin P. Hubble* (1889 1953) skombinoval merania červených posunov a vlastných meraní vzdialeností galaxií (pomocou Cefeíd) a zistil, že červený posun galaxií z rastie lineárne s ich vzdialenosťou *r* :

c z = H r

kde c je rýchlosť svetla vo vákuu a *H* je *Hubblova konštanta*. Tento vzťah sa označuje ako *Hubblov zákon*.



Graf závislosti červených posunov spektier galaxií od ich vzdialenosti zostrojený *E. P. Hubblom*.

- Interpretácia červených posunov spektier galaxií ako rýchlosti ich vzďaľovania sa naráža na problémy s platnosťou *kozmologického princípu* (nachádzame sa v "strede" vesmíru a všetky galaxie sa od nás vzďaľujú; vesmír končí tam, kde rýchlosť vzďaľovania sa galaxií dosiahne rýchlosť svetla vo vákuu) a nevysvetľuje, prečo sa vzdialenejšie galaxie pohybujú rýchlejšie ako tie bližšie.
- Ďaleko prirodzenejším vysvetlením *Hubblovho zákona* je, že vesmír (časopriestor) sa rozpína, čo spôsobuje pozorované červené posuny spektier galaxií (medzi okamihom vyslania a okamihom prijatia žiarenia sa časopriestor natiahne a tým sa predĺži aj vlnová dĺžka žiarenia).



Príkladom rozpínania sa dvojrozmerného priestoru (plochy) je nafukujúci sa balónik. Z ľubovoľného miesta balónika vždy získame rovnaké pozorovanie: všetky ostatné miesta sa od nás vzďaľujú, pričom čím je miesto ďalej, tým rýchlejšie sa od nás vzďaľuje (vľavo). Príklad s nafukujúcim sa balónikom prirodzene vysvetľuje aj červené posuny – ako sa balónik nafukuje, vlnová dĺžka sa predlžuje.

148

- Rozpínanie vesmíru však znamená, že objekty boli v minulosti k sebe bližšie a existuje okamih, kedy sa teoreticky všetky (a tiež celý časopriestor) nachádzali v jednom bode (*singularite*). Z toho vyplýva, že vesmír má svoj *počiatok v čase*.
- Rýchlosť rozpínania sa vesmíru udáva *Hubblova konštanta*, ktorá má podľa meraní zo sondy Planck (2013) hodnotu  $H = 67,8 \pm 0,8 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ .
- Ak by sa rýchlosť rozpínania vesmíru nemenila, prevrátená hodnota Hubblovej konštanty má rozmer času a udáva tzv. *Hubblov vek vesmíru*:

#### $t_{\rm H} = 1 / H$

- Pozorovania vzdialených supernov však ukazujú, že rýchlosť rozpínania sa počas evolúcie vesmíru menila: spočiatku sa síce (pod vplyvom gravitačného pôsobenia hmoty) spomaľovala, no asi pred 5 miliardami rokov sa začala rýchlosť expanzie vesmíru zrýchľovať.
- Za objav zrýchľujúceho sa rozpínania vesmíru (1998) dostali v roku 2011 Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt a Adam G. Riess Nobelovu cenu za fyziku.
- Zrýchľujúce sa rozpínanie vesmíru spôsobuje prítomnosť *tmavej energie*, ktorá tvorí až 70% celkového zloženia vesmíru.
- Tmavá energia sa najčastejšie dáva do súvislosti s *kozmologickou konštantou*  $\Lambda_{-}$ a energiou fyzikálneho vákua.



popisuje model zrýchľujúceho sa rozpínania vesmíru.

#### Evolúcia vesmíru



Schematické znázornenie priebehu evolúcie vesmíru pre rôzne modely v závislosti od hodnoty hustotného parametra a hodnoty kozmologickej konštanty. Súčasný vesmír najlepšie popisuje model s plochou geometriou a so zrýchľujúcou sa expanziou (vpravo).

- V štandardnom modeli vesmír prešiel veľmi horúcou a hustou fázou, kedy bola ionizovaná hmota v termodynamickej rovnováhe so žiarením. Ako vesmír expandoval, zároveň chladol. Keď teplota klesla pod ≈ 3000 K, začala rekonbinácia, opacita vesmíru poklesla a rovnováha sa narušila. Došlo k oddeleniu žiarenia, ktoré je vo vesmíre prítomné dodnes a označuje sa ako *reliktové žiarenie*.
- Reliktové žiarenie objavili *Arno A. Penzias* (1933) a *Robert W. Wilson* (1936). K objavu došlo náhodou. Počas hľadania optimálneho rádiového pásma pre spojenie s pasívnymi rádiotelekomunikačnými družicami Echo v rokoch 1965 - 1964 objavili žiarenie, ktoré izotropne prichádzalo zo všetkých smerov a malo charakter AČT s teplotou ≈ 3,5 K.



Anténa (Bell Telephone Laboratories, Crawford Hill, Holmdel Township), pomocou ktorej A. A. Penzias a R. W. Wilson objavili reliktové žiarenie (vľavo) a spektrum reliktového žiarenia a jeho model AČT (vpravo).

152

- V tom čase *Robert Dicke* (1916-1997) a *Phillip. J. E. Peebles* (1935) rozpracovali myšlienku *Ralpha Alphera* (1921-2007), *Roberta Hermana* (1914 - 1997) a *Georga Gamowa* (1904 - 1968) o prítomnosti žiarenia s teplotou ≈ 5 K ako pozostatku po horúcej fáze evolúcie vesmíru a *P. G. Roll* a *D. T. Wilkinson* (1935 – 2002) stavali anténu na nájdenie tohto žiarenia. Keď sa R. Dicke dozvedel o objave A. A. Penziasa a R. W. Wilsona, správne interpretoval toto žiarenie ako pozorovací dôkaz Veľkého tresku. Objav reliktového žiarenia sa považuje za doposiaľ najdôležitejší kozmologický objav (A. A. Penzias a R. W. Wilson , Nobelova cena za fyziku 1974). Výskumu reliktového žiarenia sa venuje intenzívna pozornosť, bolo vypustených
- niekoľko vesmírnych sond zameraných na jeho pozorovanie (*COBE Cosmic Backgroud Explorer*, 1989; *WMAP Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*, 2001; *Planck*, 2009).



Vesmírne sondy COBE (vľavo), WMAP (v strede) a Planck (vpravo) zamerané na výskum reliktového žiarenia.



Prvé pozorovania ukázali, že reliktové žiarenie je veľmi presne izotropné, čo podporuje platnosť kozmologického princípu. Výskum pomocou vesmírnych sond (*COBE, WMAP*) však ukázal, že v reliktovom žiarení sú veľmi malé odchýlky (zvýraznené nepravými farbami) na úrovni ≈10<sup>-5</sup>, ktorých výskum je cenným zdrojom informácii o veľmi mladom vesmíre.

Výskum pomocou sondy *Planck* ukázal, že reliktové žiarenie vzniklo asi *380 000 rokov* po *Veľkom tresku*, keď mal vesmír teplotu 2970 K. Rozpínaním vesmíru žiarenie "vychladlo" na teplotu 2,725 K. Červený posun reliktového žiarenia je asi 1090, čo z neho robí najvzdialenejšie žiarenia, aké pozorujeme (červený posun najvzdialenejších objektov ≈10). Vesmír má 13,8 miliardy rokov a jeho globálna geometria je plochá.

Výsledky analýzy fluktuácií reliktového žiarenia podporili myšlienku, že vesmír prešiel fázou *inflačného rozpínania*. V súčasnosti má rýchlosť rozpínania vesmíru hodnotu danú Hubblovou konštantou H = 67,8 km s<sup>-1</sup>Mpc<sup>-1</sup>.

Dáta zo sondy Planck sú vo veľmi dobrej zhode s tzv. *ACDM modelom*, teda, že väčšina hmoty má podobu tzv. *chladnej tmavej hmoty* (*CDM*) a prítomnosť *tmavej energie* (*A*) je zodpovedná za zrýchľujúce sa rozpínanie vesmíru.

tmavá energia 68,3%

tmavá hmota 26,8%

normálna hmota 4,9%

Celooblohová mapa reliktového žiarenia (vľavo) a celkové zloženie vesmíru (vpravo) získané na základe meraní vesmírnej sondy *Planck* (2013).

#### Vznik a vývoj vesmíru

#### t = 0

- kvantové efekty geometrie časopriestoru znemožňujú sledovať evolúciu vesmíru 10<sup>-43</sup> s (T= 10<sup>32</sup> K,  $\rho$  = 10<sup>93</sup> kg.m<sup>-3</sup> )

- vznik vesmíru z "ničoho" = fázovým prechodom falošného fyzikálneho vákua
- oddelenie gravitácie od dokonalej jedinej supersily
- rozpínanie vesmíru (~t<sup>1/2</sup>, ~t<sup>2/3</sup>), inflácia,
- vznik baryónov a antibaryónov, častice a antičastice X

 $10^{-35}$  s (T=  $10^{27}$  K,  $\rho = 10^{80}$  kg.m<sup>-3</sup> )

- oddelenie silnej jadrovej sily (GUT) od elektroslabej sily,
- narušenie CP symetrie, pomer baryónov a fotónov 1:10<sup>9</sup>

vesmír zložený z voľných kvarkov, e<sup>-</sup>, e<sup>+</sup>, neutrín, antineutrín, fotónov, gluónov a gravitónov

- 10<sup>-10</sup> s (T= 10<sup>15</sup> K,  $\rho$  = 10<sup>30</sup> kg.m<sup>-3</sup> )
- oddelenie elektromagnetickej a slabej jadrovej sily,
- vznik hadrónov
- 10<sup>-4</sup> s (T= 10<sup>12</sup> K,  $\rho$  = 10<sup>17</sup> kg.m<sup>-3</sup> )
- vznik protónov a neutrónov

#### Vznik a vývoj vesmíru

0,1 s (T=  $10^{11}$  K,  $\rho = 10^{7}$  kg.m<sup>-3</sup>)

oddelenie neutrín, vznik neutrínového pozadia

anihilácia e-, e+, celkový náboj vesmíru = 0

10 s (T= 5x10<sup>9</sup> K,  $\rho$  = 10<sup>4</sup> kg.m<sup>-3</sup> )

začiatok nukleogenézy (deutérium, hélium, lítium)

**200** s (T=  $10^9$  K,  $\rho = 10^3$  kg.m<sup>-3</sup>)

 ukončenie nukleogenézy, konečné zastúpenie jadier ľahkých prvkov (všetky ostatné prvky vznikli nukleosyntézami v jadrách hviezd a počas vzplanutí supernov)

380 000 rokov

rekombinácia, vznik neutrálnych atómov, koniec fotometrického paradoxu

vznik reliktového žiarenia

temné časy

200 miliónov rokov

vznik prvých hviezd

300 miliónov rokov

vznik prvých galaxií

13,8 miliardy rokov

súčasný vesmír

# Vznik a vývoj vesmíru

Snímka získaná pomocou HST (*eXtreme Deep Field*) zachytáva pohľad na vesmír, keď mal iba 500 - 600 miliónov rokov.

#### Namiesto záveru ...

Vývoj vesmíru možno porovnať s ohňostrojom, ktorý sme zastihli v okamihu keď už končí. Niekoľko žeravých uhlíkov, popol a dym. ne na chladnúcom popole, vidíme vyhasínajúce Slnko a snažíme sa oživiť minulé veľkolepé počiatky svetov. (George Lemaitre)

#### \*Referencie:

Vanýsek, V.: 1980, Základy astronomie a astrofyziky, Academia, Praha. Grygar, J., Horský, Z., Mayer, P., 1979, Vesmír, Mladá fronta, Praha Pittich, E., Kalmančok, D., 1981, Obloha na dlani, Obzor, Bratislava Kleczek, J., 2002, Velká encyklopedie vesmíru, Academia, Praha Čeman, R., Pittich, E., 2002, Vesmír 1 - Slnečná sústava, MAPA Slovakia, Bratislava Čeman, R., Pittich, E., 2003, Vesmír 2 - Hviezdy - Galaxie, MAPA Slovakia, Bratislava Pasachoff, J. M., Filippenko, A., 2006, The Cosmos: Astronomy in the New Millennium, Cengage Learning Carroll, B. W., Ostlie, D. A., 2006, An Introduction to Modern Astrophysics, Addison-Wesley Böhm-Vittense, E., 1989, Introduction to Stellar Astrophysics, I, II, III, Cambridge University Press Kipenhahn, R., Weigert, A., 1990, Stellar Structure and evolution, Springer-Verlag, Berlin Contopoulos, D. Kotsakis, 1984, Cosmology, the structure and evolution of the Universe, Springer, Ullman, V., 1986, Gravitace, černé díry a fyzika prostoročasu, ČAS ČSAV, Ostrava, Horský, J., Novotný, J., Štefánik, M., 2004, Úvod do fyzikální kosmologie, Academia, Praha Narlikar, J.V., 2002, An Introduction to Cosmology, Cambridge University Press, Cambridge Pittich, E.: 2012, Astronomická ročenka 2013, Slovenská ústredná hvezdáreň, Hurbanovo www.eso.org, www.esa.int, www.nasa.gov, www.spacetelescope.org, www.stsci.edu, astro.unl.edu, www.astronomiaonline.org, www.skyandtelescope.com, www.astronomy.com/news, www.astronomynotes.com, www.solarsystemscope.com, www.ta3.sk, www.astro.cz, astro.sci.muni.cz Použité obrázky a fotografie boli získané z uvedených internetových zdrojov alebo archívu autora. \* Zoznam použitej literatúry a internetových zdrojov môže slúžiť aj ako zoznam doporučenej literatúry.