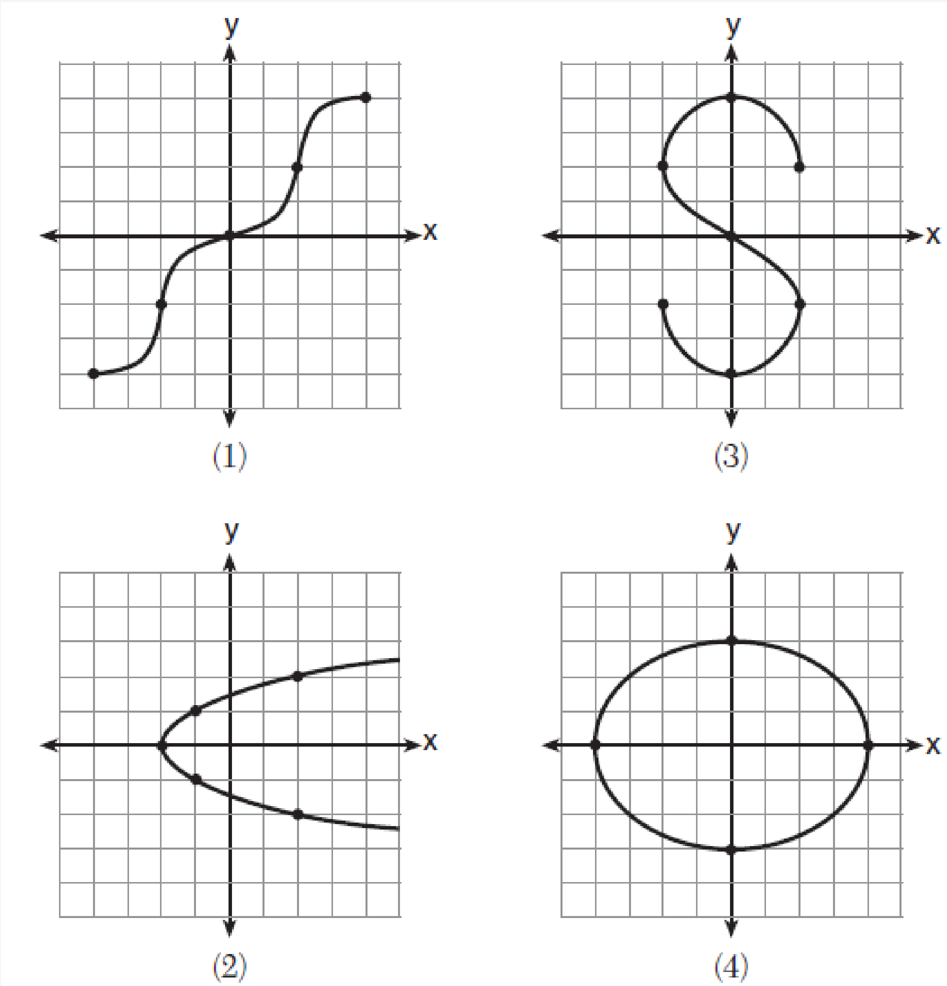
FUNKCIE, LINEÁRNA FUNKCIA, ROVNICE, NEROVNICE A SÚSTAVY

(REPETITÓRIUM Z MATEMATIKY)



Rozhodnite, v ktorých z ponúknutých možností **nejde** o funkciu:

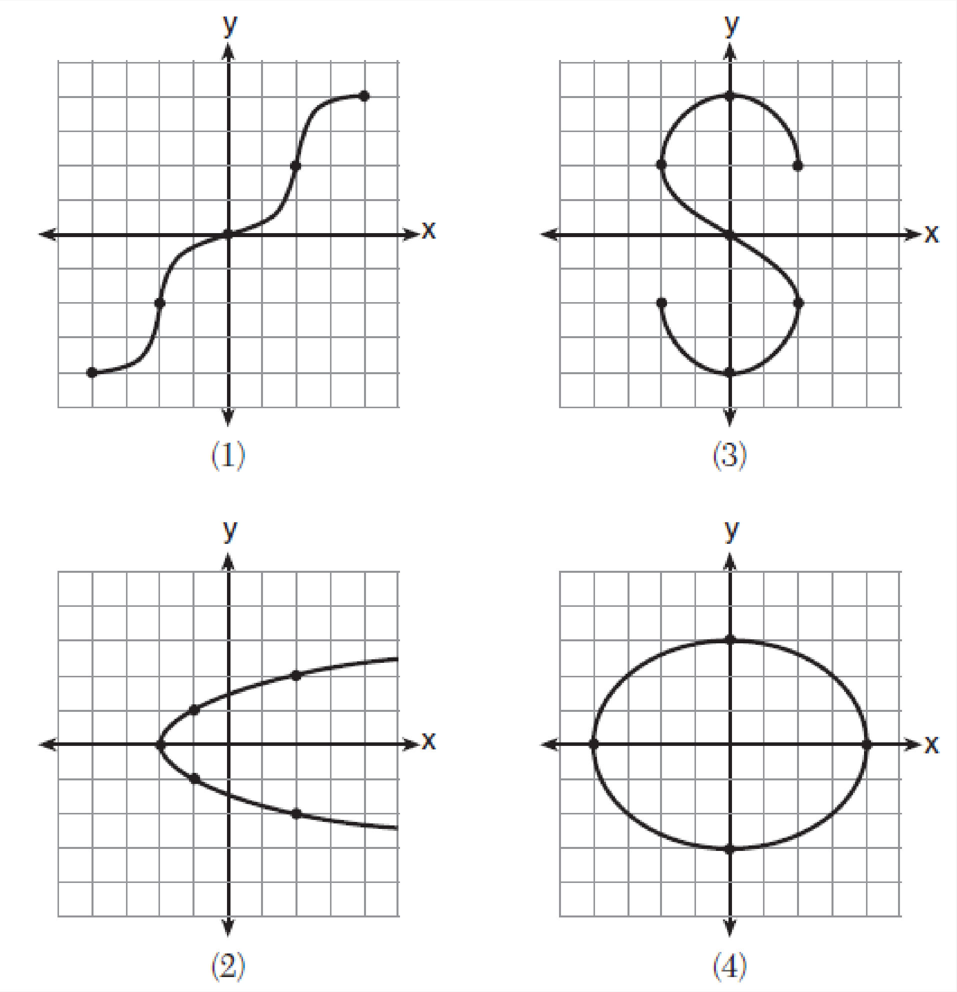
A) iba (2), (3), (4);

B) iba (3), (4);

C) iba (1);

D) iba (4);

E) všetky grafy sú funkciami.



Rozhodnite, v ktorých z ponúknutých možností **nejde** o funkciu:

A) iba (2), (3), (4);

B) iba (3), (4);

C) iba (1);

D) iba (4);

E) všetky grafy sú funkciami.

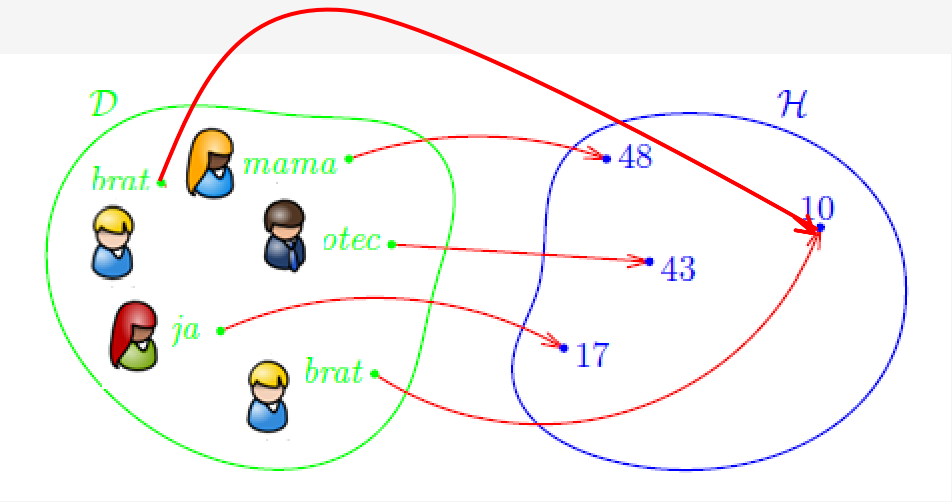
Funkcia ako priradenie

$$f:\ \mathcal{D} \to \mathcal{H}, \qquad \mathcal{H} \subseteq \mathbb{R}$$

Funkciou na množine D nazývame ľubovoľný predpis, ktorý každému prvku množiny D priradí práve jedno reálne číslo. Množinu D nazývame definičný obor funkcie.

- každému prvku z množiny D je priradený **práve jeden** prvok z množiny H
- **!!! Zakázané:** priradiť viac prvkov jednému prvku
- Definičný obor označujeme D_f alebo $D(f)$
- Oborom hodnôt funkcie f nazývame množinu všetkých reálnych čísel, ktoré sú danou funkciou priradené prvkom definičného oboru. Označujeme ju H_f alebo $H(f)$.

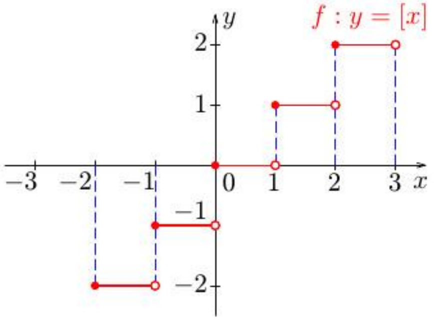
Pod funkciou si môžeme prestaviť napr. priradenie veku členom rodiny



Jeden **člen rodiny nemôže byť rôzne starý**. Avšak viacerí členovia v rodine môžu mať ten istý vek. Napríklad, keby tam mali pätorčatá.

- najčastejšie $\mathcal{D}, \mathcal{H} \subseteq \mathbb{R}$
- Funkcia môze byť zadaná rôzne...

Funkcia môže byť zadaná rôznymi spôsobmi



Obr. Príklad funkcie zadanej grafom

- predpisom $\qquad y = f(x)$

x-nezávisle premenná
y-závisle premenná

Príklad: $f(x) = 5x^2, \quad v(t) = \frac{100}{t}, \quad q(p) = 120 + 16p - p^2$

Resp. $y = 5x^2$, $v = \frac{100}{t}$, $q = 120 + 16p - p^2$

POZOR! FUNKCIA MÔŽE BYŤ DANÁ AJ PO ČASTIACH, napríklad

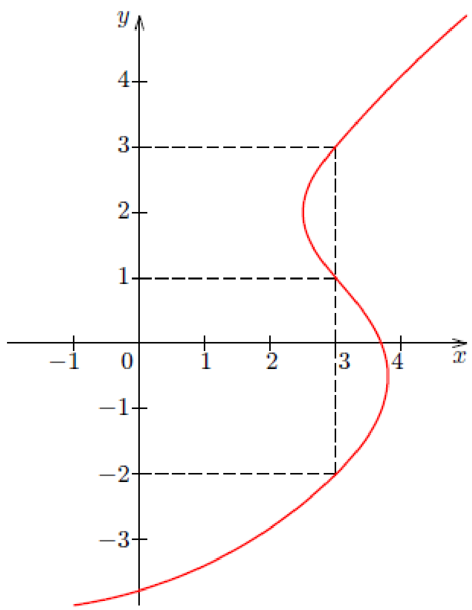
$$u(x) = \begin{cases} e^x & \text{ak } x \geq 0 \\ 1 & \text{ak } x < 0 \end{cases}$$

- grafom
- tabuľkou

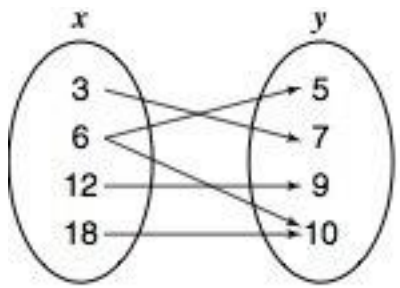
x	1	2	3	4	5	6	7
y	0	3000000	0,0009	π^2	$\sqrt{5}$	$\frac{4}{9}$	-0,00123

- usporiadanými dvojicami, slovne, ...

Ktoré priradenie **NIE** je funkciou?



x	-1	-1	0	1	2
y	-2	-1	1	2	3



$$x^2 + y^2 = 1$$

Čo ďalšie je v súvislosti s funkciami dobré ovládať?

*The vertical line test

Čo by som mal o funkciách vedieť?

- rozhodnúť, či dané priradenie **je alebo nie je** funkcia (definícia funkcie)
- identifikovať rôzne spôsoby určenia funkcie
- vypočítať funkčnú hodnotu v nejakom bode a naopak k danej hodnote dopočítať bod, v ktorom sa nadobúda
- určiť **definičný obor** a **obor hodnôt** funkcie
- vyšetriť rôzne **vlastnosti** (monotónnosť, ohraničenosť,...)
- **pracovať s grafom** funkcie (odčítavať funkčné hodnoty, vlastnosti funkcií, ...)
- **interpretovať** vyššie spomenuté pojmy v prepojení s reálnymi situáciami

Nech $f(x) = 3 - 2x$. Potom

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

pre $h \neq 0$ je rovný

A) 1;

B) $2h$;

C) $\frac{h-4x}{h}$;

D) -2.

Nech $f(x) = 3 - 2x$. Potom

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

pre $h \neq 0$ je rovný

A) 1;

B) $2h$;

C) $\frac{h-4x}{h}$;

D) -2;

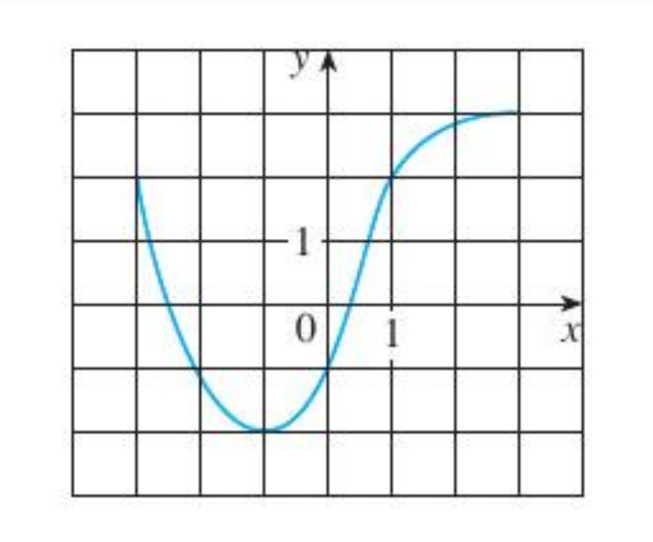
Úloha:

a) Určte $f(-1)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$, $f\left(\sqrt{2}\right)$.

b) Nájdite reálne čísla, pre ktoré platí $f(x) = 0$.

Úloha: Určte definičný obor funkcie f.

Uvažujme graf funkcie f uvedený na obrázku.



Obr. Graf funkcie f

a) Určte $f(-1)$.

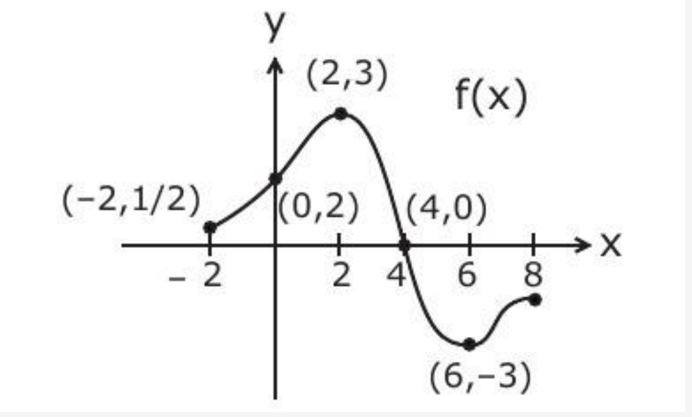
b) Odhadnite $f(2)$.

c) Pre aké hodnoty x je $f(x) = 2$?

d) Odhadnite hodnoty x pre ktoré $f(x) = 0$.

e) Určte definičný obor a obor hodnôt funkcie f.

Uvažujme funkciu f, ktorej graf je znázornený na obrázku. Ktoré vyjadrenia o funkcii f **sú pravdivé**?



Obr. Graf funkcie f

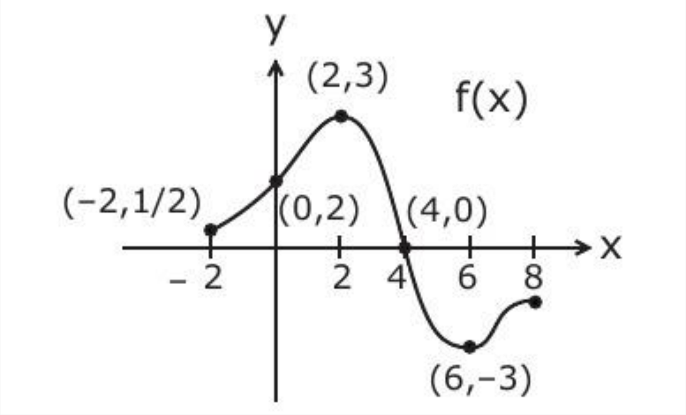
A) Najväčšia hodnota funkcie f (maximum funkcie f) je 8.

B) Riešenie rovnice $f(x) = 0$ je 2.

C) $f(x) = 0$ pre $x = 4$.

D) Všetky tvrdenia sú nepravdivé.

Uvažujme funkciu f, ktorej graf je znázornený na obrázku. Ktoré vyjadrenia o funkcii f **sú pravdivé**?



Obr. Graf funkcie f

A) Najväčšia hodnota funkcie f (maximum funkcie f) je 8.

B) Riešenie rovnice $f(x) = 0$ je 2.

C) $f(x) = 0$ pre $x = 4$.

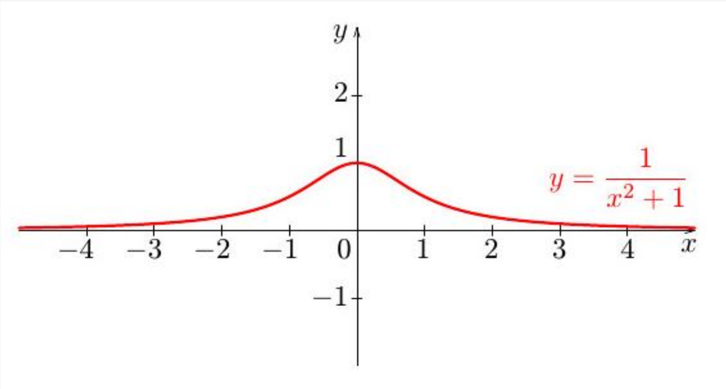
D) Všetky tvrdenia sú nepravdivé.

Ktoré vlastnosti funkcií sa dajú skúmať?

- **monotónnosť** funkcie;
- **ohraničenosť** funkcie;
- **extrémy** funkcie (minimum, maximum);
- **párnosť** resp. **nepárnosť** funkcie;

- Ako súvisia funkcie (graf funkcie) s riešením rovníc/nerovníc?
- Je daná funkcia prostá? Existuje k danej funkcii inverzná funkcia?, ...

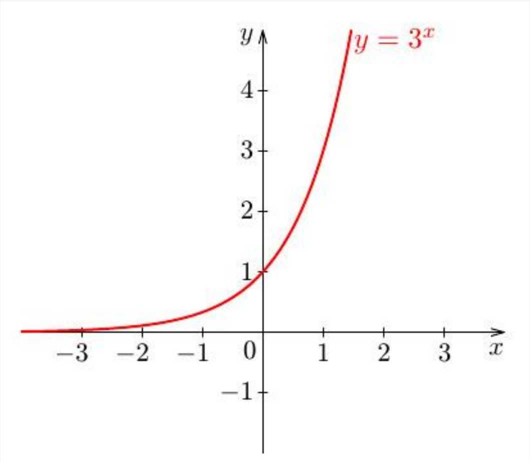
f_1



$$f_2 : y = \frac{2}{x}$$

$$f_3 : y = -\sqrt{2}$$

f_4



Rozhodnite, ktoré z funkcií sú ohraničené na svojom definičnom obore.

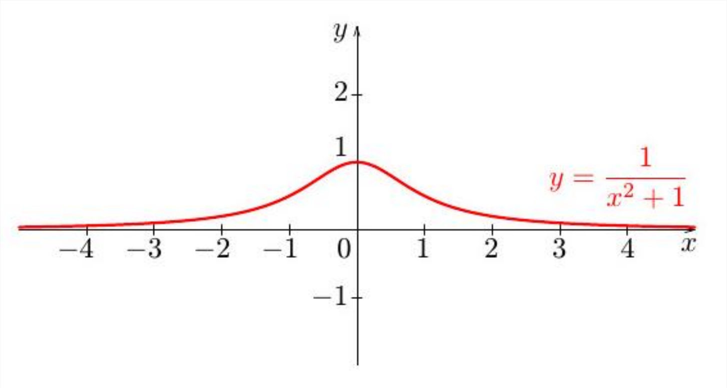
A) $f_1,\ f_3;$

B) $f_1,\ f_2,\ f_3,\ f_5;$

C) $f_1,\ f_4,\ f_5;$

D) $f_4,\ f_5.$

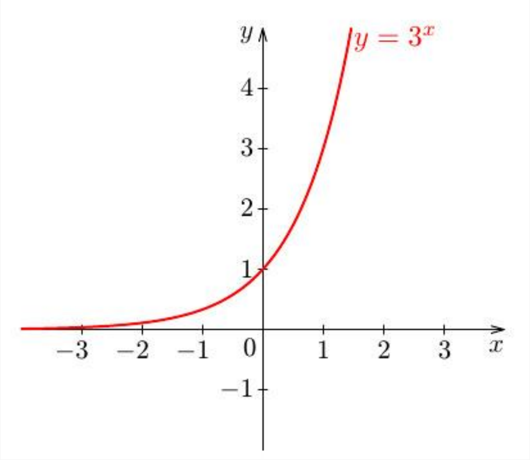
f_1



$$f_2 : y = \frac{2}{x}$$

$$f_3 : y = -\sqrt{2}$$

f_4



Rozhodnite, ktoré z funkcií sú ohraničené na svojom definičnom obore.

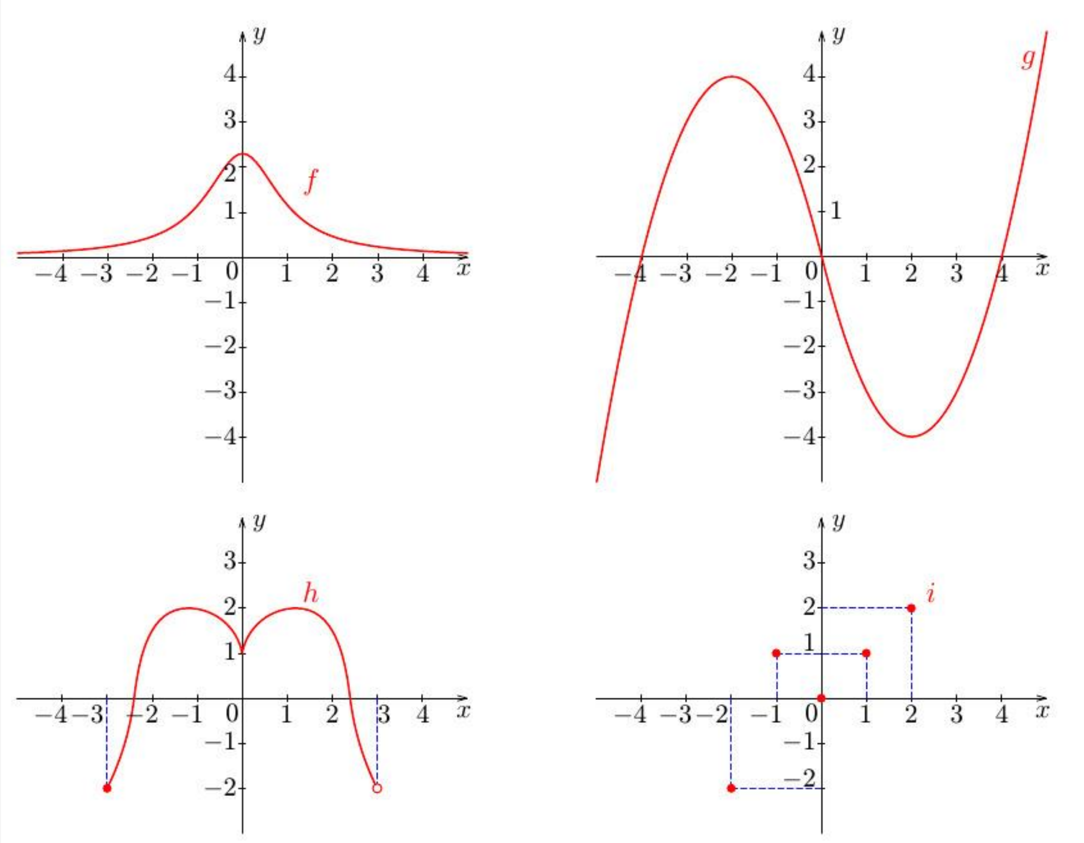
A) $f_1,\ f_3$;

B) $f_1,\ f_2,\ f_3,\ f_4$;

C) $f_1,\ f_4,\ f_5$;

D) $f_4,\ f_5$.

Rozhodnite, ktoré z uvedených funkcií sú párne:



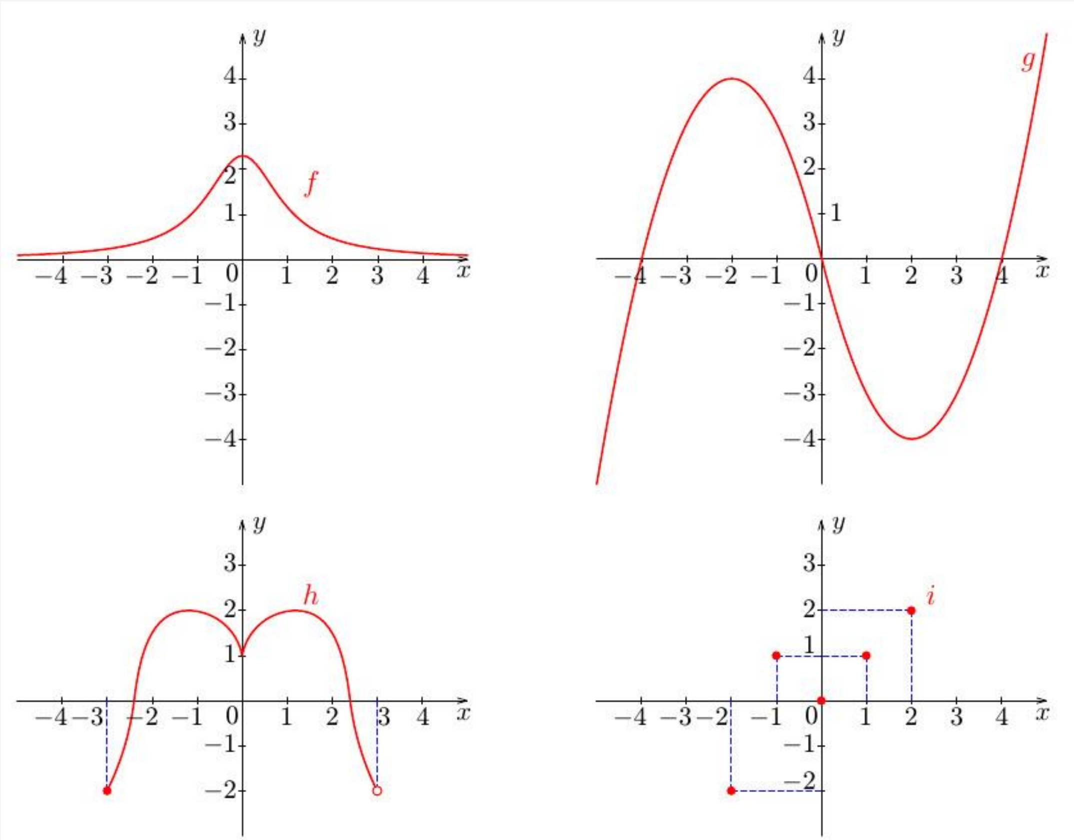
Obr. Grafy jednotlivých funkcií

A) všetky funkcie sú párne;

B) na obrázku nie je párna funkcia;

C) f, h;

D) f.



Obr. Grafy jednotlivých funkcií

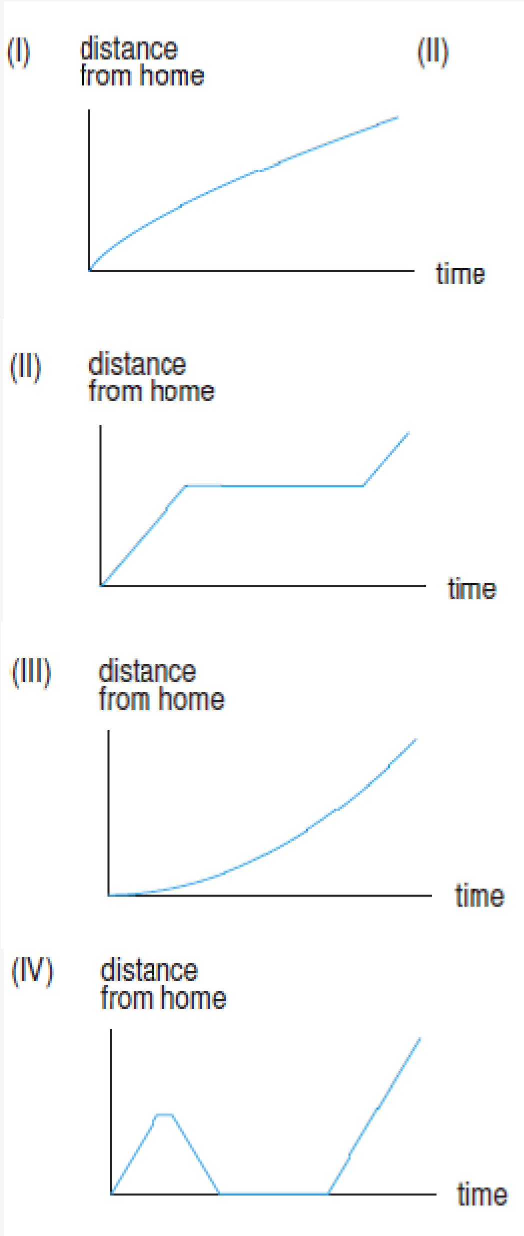
Rozhodnite, ktoré z uvedených funkcií sú párne:

A) všetky funkcie sú párne;

B) na obrázku nie je párna funkcia;

C) f, h;

D) f.

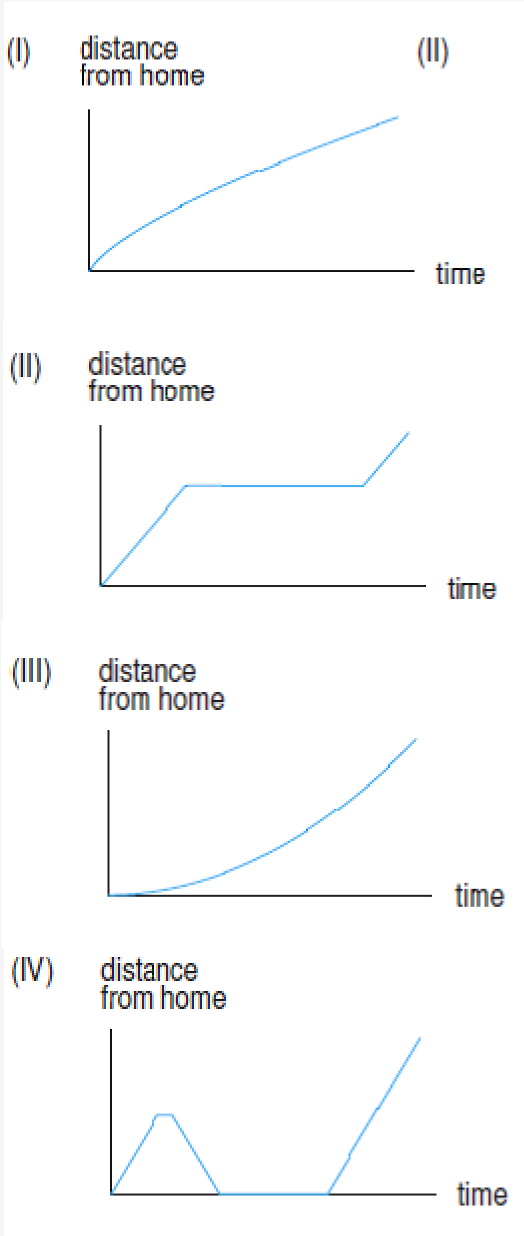


Ktorý z grafov na obrázku najlepšie vystihuje nasledujúcu situáciu:

„ Len čo som odišiel z domu, uvedomil som si, že som si zabudol knihy. Musel som sa preto pre ne vrátiť. "

A) i; C) iii;

B) ii; D) iv.



Ktorý z grafov na obrázku najlepšie vystihuje nasledujúcu situáciu:

,, Len čo som odišiel z domu, uvedomil som si, že som si zabudol knihy. Musel som sa preto pre ne vrátiť. "

A) i; C) iii;

B) ii; D) iv.

Úloha: Ktorý z grafov na obrázku najlepšie vystihuje situáciu:

a) ,,Veci išli dobre, kým som nedostal defekt na aute."

b) ,,Vykračoval som si pomaly, kým som si neuvedomil, že už meškám."

***Úloha:** Vyjadrite ako kvantifikovaný výrok: Funkcia f je rastúca na svojom definičnom obore.

Úloha: Načrtnite graf funkcie tak, aby spĺňala všetky nasledujúce vlastnosti:

a) nepárna;

b) rastúca na intervale $\langle 1, 4\rangle$;

c) klesajúca na $(-1, 0)$;

d) $D_f = \mathbb{R}$;

e) mala maximum v bode 5 s hodnotou 6.

Uvažujme funkcie

$$f(x) = x^2 - \tfrac{3}{x} \quad g(x) = \sqrt{x+7}.$$

Nájdite $f(g(2))$.

A) 6;

B) 12;

C) 8;

D) -12;

E) 0.

Uvažujme funkcie

$$f(x) = x^2 - \tfrac{3}{x} \quad g(x) = \sqrt{x+7}.$$

Nájdite $f(g(2))$.

A) 6;

B) 12;

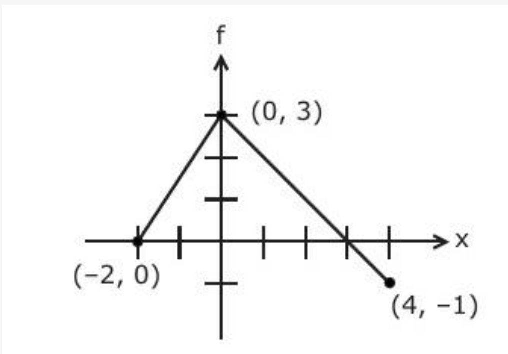
C) 8;

D) -12;

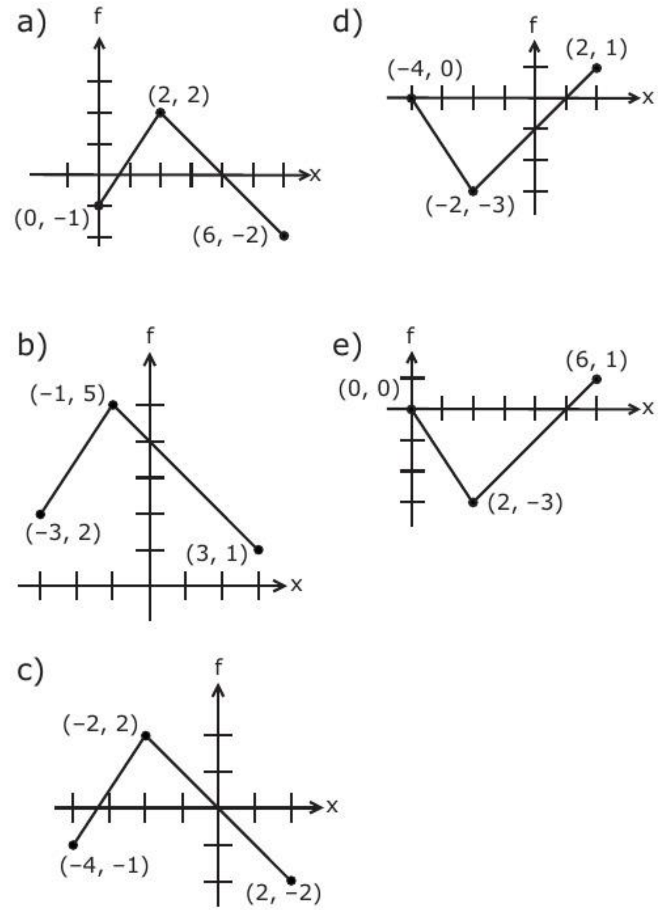
E) 0.

Úloha: Nájdite predpis (a definičný obor) zloženej funkcie $f(g(x))$ z predchádzajúcej úlohy.

*Uvažujme graf funkcie f, ktorý je znázornený na obrázku. Ktorý z nasledujúcich grafov je grafom funkcie $y = f(x+2) - 1$?



Obr. Graf funkcie f

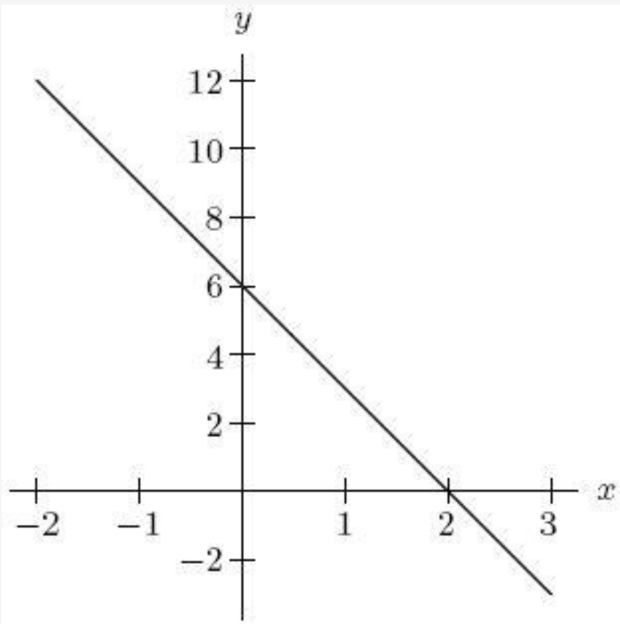


Odporúčaný text ku transformáciám grafov aj s vysvetlením TU.

Lineárna funkcia,

lineárne rovnice, nerovnice a sústavy

Ktorá z funkcií má graf na obrázku?



A) $y = 6x + 6$;

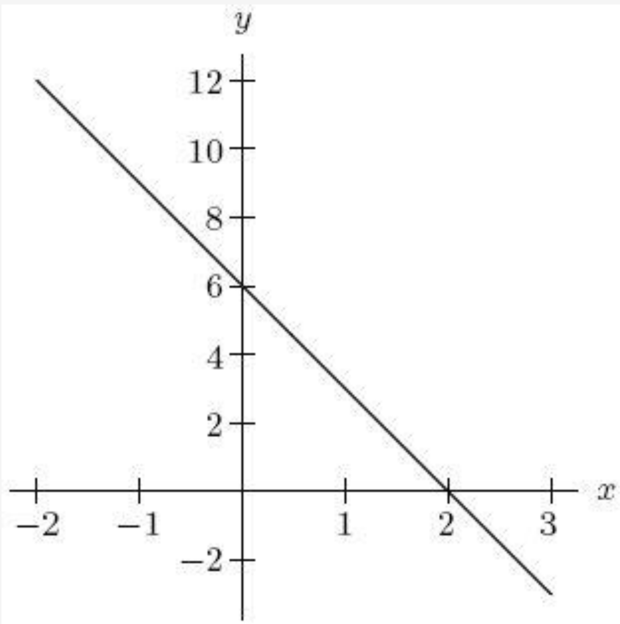
B) $y = -3x + 6$;

C) $y = -3x + 2$;

D) $y = 6x - 2$;

E) žiadna z nich.

Ktorá z funkcií má graf na obrázku?



A) $y = 6x + 6;$

B) $y = -3x + 6;$

C) $y = -3x + 2;$

D) $y = 6x - 2;$

E) žiadna z nich.

Úloha: Akú smernicu má priamka znázornená na obrázku?

Lineárna funkcia

Lineárnou funkciou nazývame každú funkciu danú rovnicou

$$y = ax + b,$$

kde a, $b \in \mathbb{R}$, definičným oborom je množina $\mathbb{R}$.

Špeciálne pre:

$a = 0$ .... konštantná funkcia.
$b = 0$ .... priama úmernosť.

Poznámka:

- grafom lineárnej funkcie je priamka
- priamka sa latinsky nazýva linea recta, odtiaľ pomenovanie lineárna funkcia

Čo je dobré ovládať v súvislosti s lineárnymi funkciami?

Dané sú funkcie

$$\begin{aligned} f_1 &: y = 2x + 1, \\ f_2 &: y = 2x - 3, \\ f_3 &: y = -2x + 3, \\ f_4 &: y = 0,5x + 3, \\ f_5 &: y = 2x - 12, \\ f_6 &: y = -x + 2. \end{aligned}$$

a) Ktoré z týchto funkcií sú klesajúce? f_3, f_6

b) Ktoré z grafov daných funkcií sú rovnobežné priamky? f_1, f_2, f_5

c) Ktoré z grafov daných funkcií prechádzajú tým istým bodom na osi y-ovej? f_3, f_4

Odpoveď píšte v tvare napr. 123.

Úloha: Istá spoločnosť prenajíma autá za 40 eur na deň a 15 centov za každý kilometer. Konkurencia ponúka cenu 50 eur na deň a 10 centov za kilometer.

a) Nájdite predpis, ktorý popisuje náklady za prenajatie auta na deň ako funkciu prejdenej vzdialenosti pre každú zo spoločností.

b) Načrtnite grafy oboch funkcií.

c) Ako by sme sa mali rozhodovať pri výbere spoločnosti, ak je pre nás rozhodujúca cena prenájmu?

***Úloha:** Pre ktoré hodnoty čísla „m“ má daná rovnica koreň väčší ako 4?

$$x - \frac{3-2x}{m} = 4$$

https://www.geogebra.org/graphing

Úloha: Na množine $\mathbb{R}$ riešte nasledujúce rovnice

a) $8(3x-5)-5(2x-8)=20+4x$

b) $\frac{y+4}{3}+\frac{y-1}{2}=1+\frac{y+4}{4}$

c) $u+\frac{1}{u}+1=\frac{u^2-1}{u}+1$

d) $x-\frac{1}{x}+1=\frac{x^2-1}{x}+1$

Úloha: Na množine $\mathbb{R}$ riešte nasledujúce nerovnice

a) $\frac{1+x}{3}-\frac{4-3x}{2}<1+\frac{3x}{2}$

b) $x-\frac{1}{x}+2\geq\frac{x^2-1}{x}+1$

Poznámka: Riešenia mnohých týchto úloh dostupné na http://www.priklady.eu

Pre ktoré z nasledujúcich nerovníc s neznámou $x \in \mathbb{R}$ je množina všetkých riešení interval $(-\infty, 0)$?

A) $-2x < 0$;

B) $\frac{x}{x-1} < 0$;

C) $\frac{x}{-2} \geq 0$;

D) $\frac{2x}{x} < 0$;

E) $2x < x$.

Pre ktoré z nasledujúcich nerovníc s neznámou $x \in \mathbb{R}$ je množina všetkých riešení interval $(-\infty, 0)$?

A) $-2x < 0$;

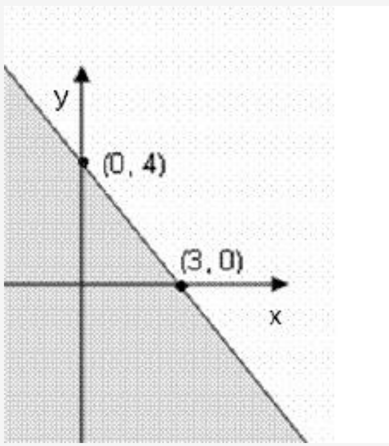
B) $\frac{x}{x-1} < 0$;

C) $\frac{x}{-2} \geq 0$;

D) $\frac{2x}{x} < 0$;

E) $2x < x$.

Ako by ste pristupovali k riešeniu nerovnice $\frac{2x}{1-x} > -1$?



Ktoré body ležia mimo šedej plochy znázornenej na obrázku?

A) $(0, 0)$;

B) $(-1, -6)$;

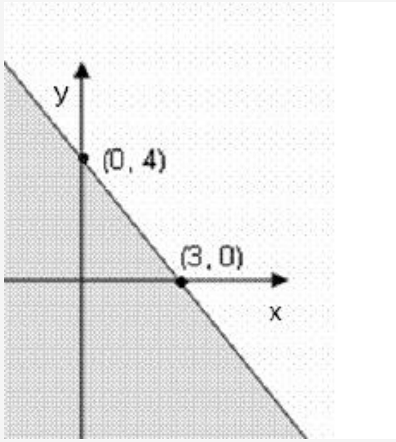
C) $(1, -50)$;

D) $(1, 1)$;

E) $(4, 1)$.

*šedou plochou sa myslí všetko ,,pod" priamkou, vrátane.

Ktoré body ležia mimo šedej plochy znázornenej na obrázku?



A) $(0, 0)$;

B) $(-1, -6)$;

C) $(1, -50)$;

D) $(1, 1)$;

E) $(4, 1)$.

*šedou plochou sa myslí všetko ,,pod” priamkou, vrátane.

Riešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned} 3x + 5y &= -52 \\ -5x + y &= 12 \end{aligned}$$

A) $x = -4,\ y = -8;$

B) $x = -4,\ y = 8;$

C) $x = 4,\ y = -8;$

D) $x = 4,\ y = 8;$

E) $x = 4,\ y = 4.$

Riešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned} 3x + 5y &= -52 \\ -5x + y &= 12 \end{aligned}$$

A) $x = -4,\ y = -8;$

B) $x = -4,\ y = 8;$

C) $x = 4,\ y = -8;$

D) $x = 4,\ y = 8;$

E) $x = 4,\ y = 4.$

Grafickým riešením sústavy nerovníc

$$\begin{aligned} x - 2y &\geq 0 \\ x - 2y - 1 &\leq 0 \end{aligned}$$

je

A) ostrý uhol;

B) priamy uhol;

C) tupý uhol;

D) pás;

E) prázdna množina.

---

https://www.geogebra.org/graphing

Grafickým riešením sústavy nerovníc

$$\begin{aligned} x - 2y &\geq 0 \\ x - 2y - 1 &\leq 0 \end{aligned}$$

je

A) ostrý uhol;

B) priamy uhol;

C) tupý uhol;

D) pás;

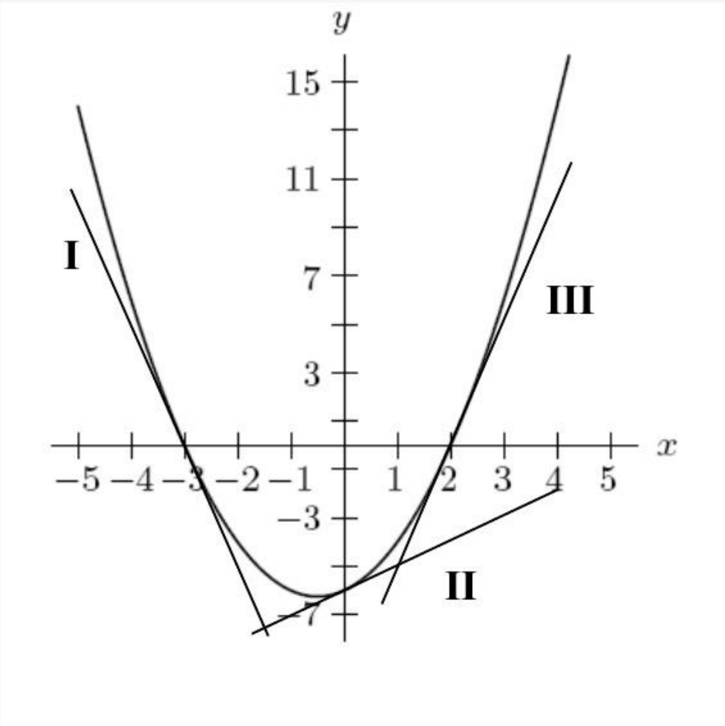
E) prázdna množina.

Úloha: Riešte nasledujúcu sústavu lineárnych nerovníc

$$\begin{aligned} -x + 2 &> y \\ 2x + y &\leq 1 \end{aligned}$$

https://www.geogebra.org/graphing

*Na obrázku sú v troch bodoch paraboly vyznačené tri dotyčnice. Zoraďte tieto dotyčnice podľa smernice (sklonu).



A) I>II>III;

B) I>III>II;

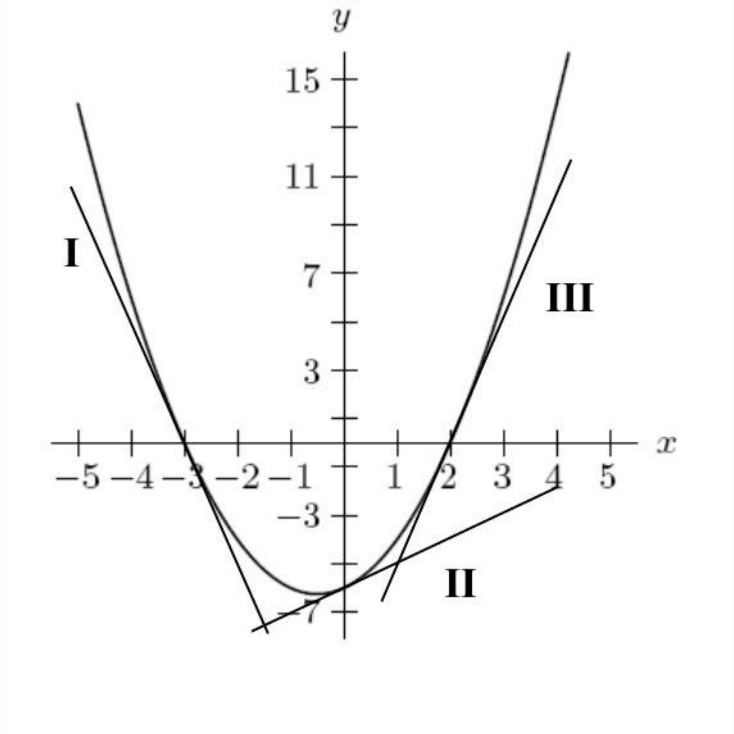
C) II>I>III;

D) II>III>I;

E) III>I>II;

F) III>II>I.

*Na obrázku sú v troch bodoch paraboly vyznačené tri dotyčnice. Zoraďte tieto dotyčnice podľa smernice (sklonu).



A) I>II>III;

B) I>III>II;

C) II>I>III;

D) II>III>I;

E) III>I>II;

F) III>II>I.

***Úloha:** Určte veľkosť uhla, ktorý zviera graf funkcie $y = \sqrt{3}x - 2$ s kladnou časťou osi x.

Zoznam použitej literatúry

1. http://www.galeje.sk/predmety/matematika/matematika-v-dialogoch/
2. Matematika pre 2. ročník gymnáziá, Slovenské pedagogiské nakladateľstvo 1985.
3. Matematika pro gymnáziá, Prometheus, 1993, ISBN 978-80-7196-164-2.
4. https://www.geogebra.org/
5. http://www.priklady.eu/sk/Riesene-priklady-matematika

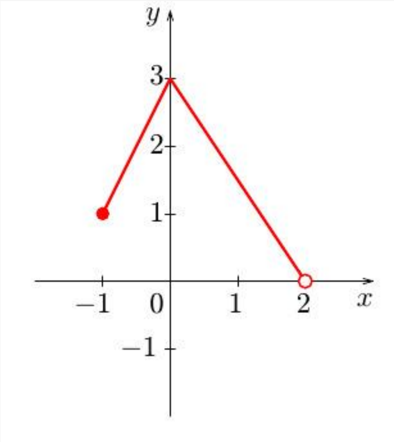
Prezentácia dostupná na:
https://www.upjs.sk/prirodovedecka-fakulta/ustav/umv/vyucba/Infromacieprestudentov/

Ďakujem za pozornosť

Ako odčítavať definičný obor a obor hodnôt

Ako z grafu odčítať definičný obor a obor hodnôt?

Úloha: Z grafu funkcie odčítajte jej D_f a H_f.



A) $D_f = (-1, 2)$ a $H_f = \langle 1, 3\rangle$;

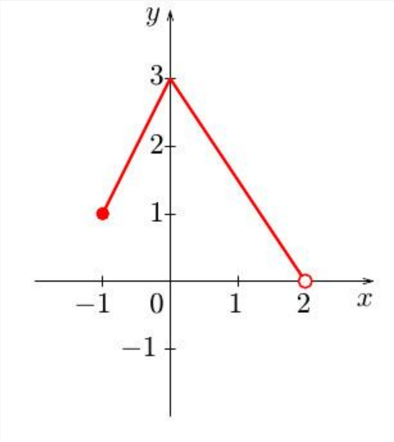
B) $D_f = \langle -1, 2)$ a $H_f = (0, 3\rangle$;

C) $D_f = \mathbb{R}$ a $H_f = (0, 3\rangle$;

D) $D_f = \langle -1, 2)$ a $H_f = \langle 0, 3\rangle$;

Ako z grafu odčítať definičný obor a obor hodnôt?

Úloha: Z grafu funkcie odčítajte jej D_f a H_f.



A) $D_f = (-1, 2)$ a $H_f = \langle 1, 3\rangle$;

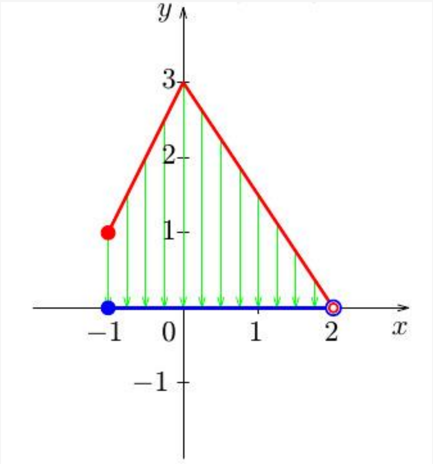
B) $D_f = \langle -1, 2)$ a $H_f = (0, 3\rangle$;

C) $D_f = \mathbb{R}$ a $H_f = (0, 3\rangle$;

D) $D_f = \langle -1, 2)$ a $H_f = \langle 0, 3\rangle$;

Ako z grafu odčítať definičný obor a obor hodnôt?

Úloha: Z grafu funkcie odčítajte jej D_f a H_f.



A) $D_f = (-1, 2)$ a $H_f = \langle 1, 3 \rangle$;

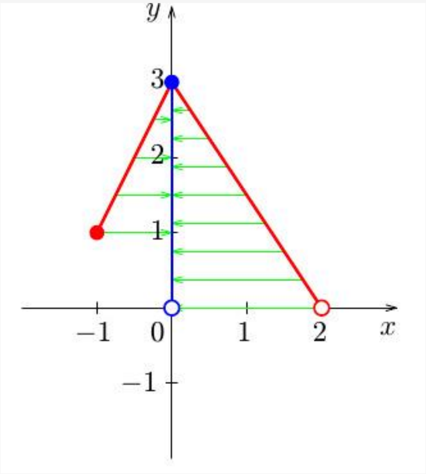
B) $D_f = \langle -1, 2)$ a $H_f = (0, 3\rangle$;

C) $D_f = \mathbb{R}$ a $H_f = \langle 0, \infty)$;

D) $D_f = \langle -1, 2)$ a $H_f = \langle 0, 3\rangle$;

Ako z grafu odčítať definičný obor a obor hodnôt?

Úloha: Z grafu funkcie odčítajte jej D_f a H_f.



A) $D_f = (-1, 2)$ a $H_f = \langle 1, 3 \rangle$;

B) $D_f = \langle -1, 2)$ a $H_f = (0, 3\rangle$;

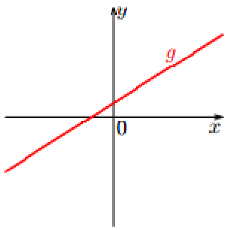
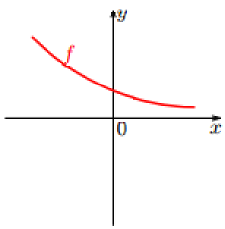
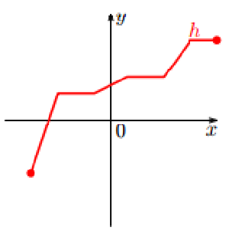
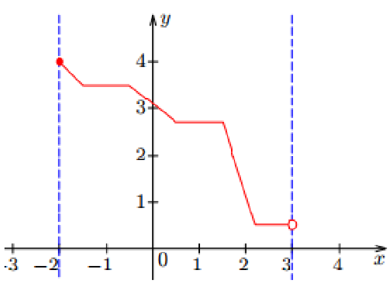
C) $D_f = \mathbb{R}$ a $H_f = \langle 0, \infty)$;

D) $D_f = \langle -1, 2)$ a $H_f = \langle 0, 3\rangle$;

Úloha: Patria nasledujúce body $[-1, 1]$, $[3, 0]$ grafu funkcie f?

Funkcia - vlastnosti

Monotónnosť funkcie

	f je **rastúca** na $M \subset D_f \Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in M)\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
	f je **klesajúca** na $M \subset D_f \Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in M)\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.
	f je **neklesajúca** na $M \subset D_f \Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in M)\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$
	f je **nerastúca** na $M \subset D_f \Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in M)\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$

Monotónnosť funkcie

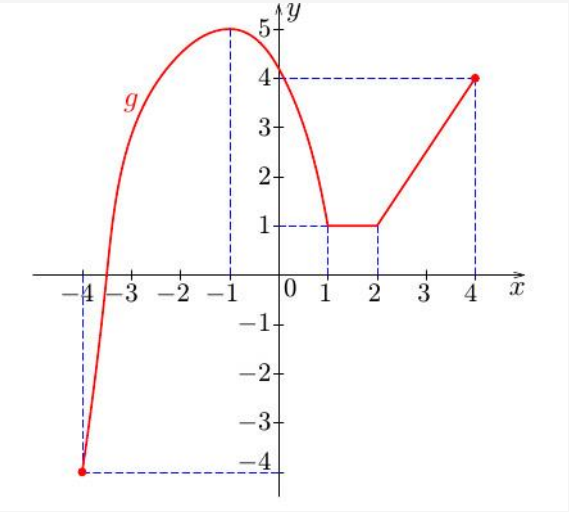
Funkcia f sa nazýva **rastúca** funkcia na množine $M \subset D_f$ práve vtedy, keď pre každé dva prvky x_1, $x_2 \in M$ platí: ak $x_1 < x_2$, tak $f(x_1) < f(x_2)$.

Funkcia f sa nazýva **klesajúca** funkcia na množine $M \subset D_f$ práve vtedy, keď pre každé dva prvky $x_1, x_2 \in M$ platí: ak $x_1 < x_2$, tak $f(x_1) > f(x_2)$.

Funkcia f sa nazýva **neklesajúca** funkcia na množine $M \subset D_f$ práve vtedy, keď pre každé dva prvky $x_1, x_2 \in M$ platí: ak $x_1 < x_2$, tak $f(x_1) \leq f(x_2)$.

Funkcia f sa nazýva **nerastúca** funkcia na množine $M \subset D_f$ práve vtedy, keď pre každé dva prvky $x_1, x_2 \in M$ platí: ak $x_1 < x_2$, tak $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Úloha: Určte D_f a H_f nasledujúcej funkcie a nájdite intervaly, na ktorých je funkcia rastúca, klesajúca, nerastúca, neklesajúca.



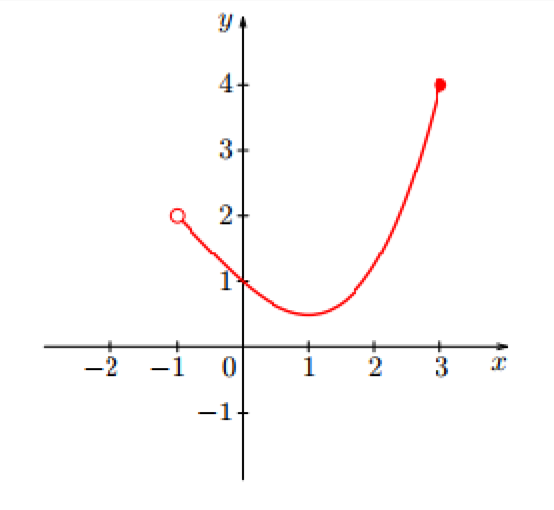
Ohraničenosť funkcie

Funkcia f sa nazýva **zhora ohraničená** na množine $M \subset D_f$ práve vtedy, ak existuje také číslo h, že pre všetky $x \in M$ platí $f(x) \leq h$. Číslu h hovoríme horné ohraničenie.

Funkcia f sa nazýva **zdola ohraničená** na množine $M \subset D_f$ práve vtedy, ak existuje také číslo d, že pre všetky $x \in M$ platí $f(x) \geq d$. Číslu d hovoríme dolné ohraničenie.

Funkcia f sa nazýva **ohraničená** na množine $M \subset D_f$ práve vtedy, ak je na množine M ohraničená zhora a súčasne aj zdola.

Úloha: Zistite, či je nasledujúca funkcia ohraničená. Ak áno, nájdite jej horné a dolné ohraničenie.



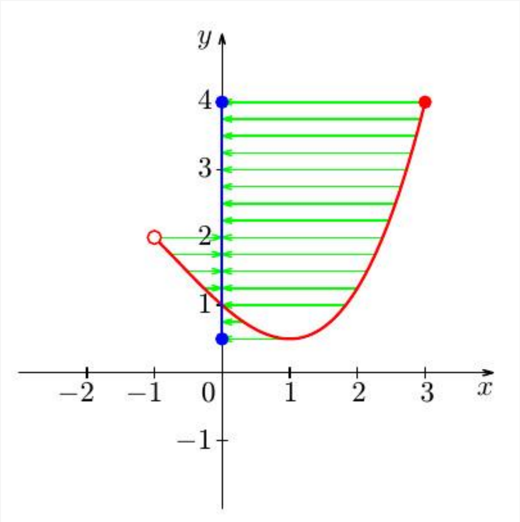
Ohraničenosť funkcie

Funkcia f sa nazýva **zhora ohraničená** na množine $M \subset D_f$ práve vtedy, ak existuje také číslo h, že pre všetky $x \in M$ platí $f(x) \leq h$. Číslu h hovoríme horné ohraničenie.

Funkcia f sa nazýva **zdola ohraničená** na množine $M \subset D_f$ práve vtedy, ak existuje také číslo d, že pre všetky $x \in M$ platí $f(x) \geq d$. Číslu d hovoríme dolné ohraničenie.

Funkcia f sa nazýva **ohraničená** na množine $M \subset D_f$ práve vtedy, ak je na množine M ohraničená zhora a súčasne aj zdola.

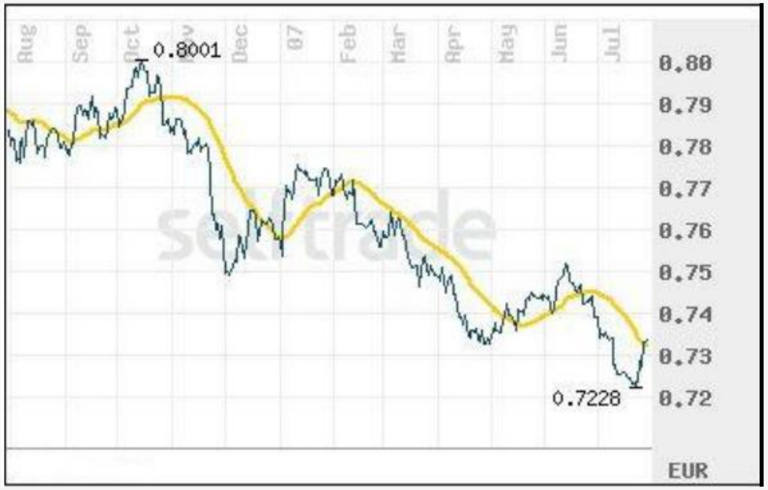
Úloha: Zistite, či je nasledujúca funkcia ohraničená. Ak áno, nájdite jej horné a dolné ohraničenie.



Extrémy funkcie

- extrémy = maximum a minimum (niečo, čo sa vymyká priemeru)

  Napr. Vývoj kurzu amerického dolára od eura v období august 2006 do júla 2007



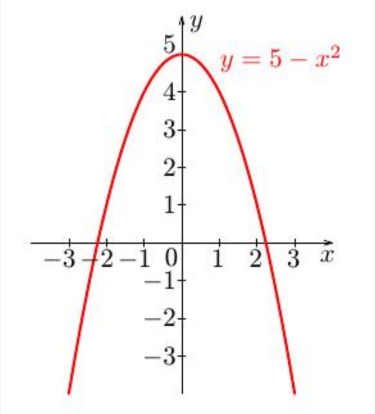
Úloha: Kedy mal dolár najvyššiu a kedy najnižšiu hodnotu? Určte ju.

Hovoríme, že funkcia f má v bode $a \in M$ **maximum** na množine M práve vtedy, keď pre všetky $x \in M$ platí $f(x) \leq f(a)$.

Hovoríme, že funkcia f má v bode $b \in M$ **minimum** na množine M práve vtedy, keď pre všetky $x \in M$ platí $f(x) \geq f(b)$.

POZOR! Maximom resp. minimom (ak existuje) je daná hodnota, nie bod, v ktorom sa nadobúda.

Párnosť resp. nepárnosť funkcie

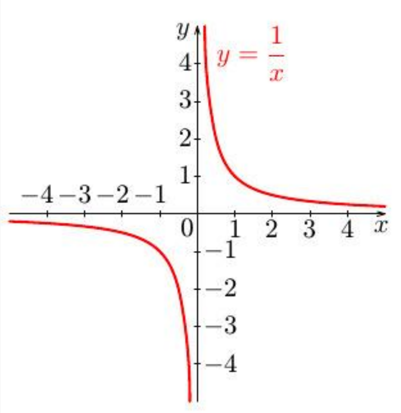


Funkciu f nazývame **párnou** práve vtedy, ak platí

a) $\forall x \in D_f$ aj $-x \in D_f$;

b) $\forall x \in D_f$ platí $f(-x) = f(x)$.

Graf párnej funkcie je súmerný podľa osi y.



Funkciu f nazývame **nepárnou** práve vtedy, ak platí

a) $\forall x \in D_f$ aj $-x \in D_f$;

b) $\forall x \in D_f$ platí $f(-x) = -f(x)$.

Graf nepárnej funkcie je súmerný podľa začiatku súradnicovej sústavy.

... a kopec ďalších vlastností...

- Je daná funkcia prostá? Existuje k danej funkcii inverzná funkcia?, ... (obsahom inej hodiny repetitória)

NA VYSOKOŠKOLSKÝCH KURZOCH MATEMATIKY NÁS **bude** ZAUJÍMAŤ

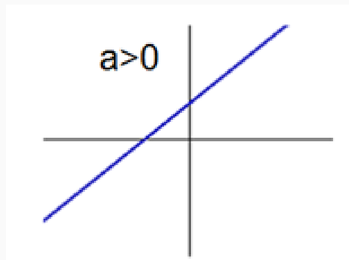
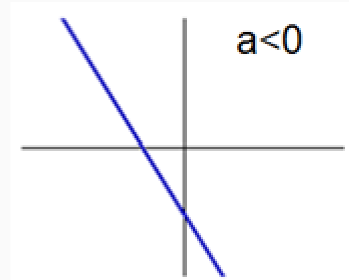
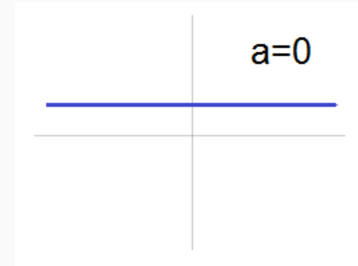
- asymptotické správanie sa funkcií (asymptoty funkcie);
- limitné správanie sa funkcií (limita funkcie);
- ako rýchlo nej. funkcia rastie resp. klesá (derivácia funkcie);
- konvexnosť resp. konkávnosť funkcie, atď.

Lineárna funkcia

Čo je dobré ovládať v súvislosti s lineárnymi funkciami?

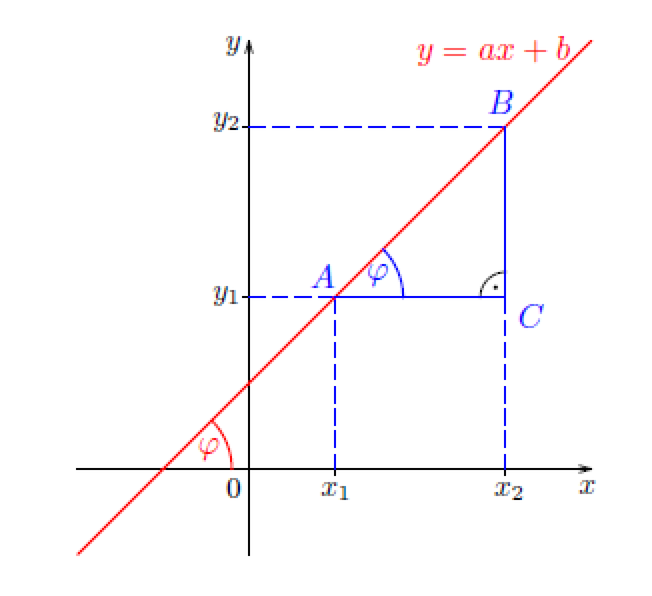
- rozhodnúť, **či daná funkcia je** lineárna (definícia pojmu lineárna funkcia)
- popísať základné **vlastnosti** lineárnej funkcie (vzhľadom na parametre a, b)
- určiť **predpis lineárnej funkcie** z grafu a naopak
- riešiť lineárne **rovnice, nerovnice**
- riešiť **sústavy lineárnych rovníc, nerovníc**

Úloha: Doplňte informácie o vlastnostiach nasledujúcich lineárnych funkcií

			
D_f			
Monotónnosť			
Ohraničenosť			
Minimum			
Maximum			
Párnosť/nepárnosť			
Prostosť			

Smernica priamky vs. uhol, ktorý zviera graf s osou x...opakujeme...

Ako súvisí hodnota parametra a s uhlom, ktorý zviera priamka s kladnou časťou x-ovej polosi?



$$y_1 = a \cdot x_1 + b$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b$$

$$y_2 - y_1 = a \cdot x_2 - a \cdot x_1$$

$$y_2 - y_1 = a \cdot (x_2 - x_1)$$

$$\color{red}{\operatorname{tg} \varphi =} \ a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Poznámka: Zrejme stačí zvoliť $P_X = [p_x, 0]$ a $P_Y = [0, p_y]$. Vtedy

$$a = \operatorname{tg} \varphi = \frac{p_y}{-p_x} = \frac{b}{-p_x}$$